Ikhtisar
MATEMATIKA

Rendahnya hasil belajar matematika merupakan salah satu masalah bagi mutu pendidikan dewasa ini. Hal ini dapat dilihat dari penguasaan bahan ajar oleh siswa, di mana masih jauh dari yang diharapkan. Rendahnya hasil belajar matematika tersebut, diduga sebagai akibat dari siswa yang mengalami kesulitan ketika sedang mempelajari materi pelajaran matematika. Kesulitan yang muncul mengakibatkan siswa yang bersangkutan sulit untuk memahami apa yang sedang dipelajari. Karena itu, kesulitan siswa itu bukan masalah baru, tetapi tidak dapat dipecahkan hanya dalam satu cara, serta memerlukan perhatian yang terus menerus lebih lanjut dikatakan bahwa kesulitan siswa dalam belajar matematika adalah sesuatu yang unik.

Dengan sifat keunikan tersebut, maka kesulitan siswa dapat diduga sangat beragam, ini dipengaruhi oleh potensi yang ada pada masing-masing pribadi (individu). Dalam hal ini guru sangat diharapkan untuk dapat mengantisipasi kerawanan dan kesulitan yang diduga akan muncul, serta berani menentukan dan mengukur bahan pelajaran yang akan diberikan.

Sanabil
Puri Bunga Amanah
Jl. Kerajinan 1 Blok C/13 Mataram
Telp. 0370-7505946
Mobile: 081-805311362
Email: sanabilpublishing@gmail.com
www.sanabilpublising.com

ISBN 978-623-317-318-6
9 786233 173186

Juniar Hisbullah, Muhammad Ainul Yusri, Muktasim
Masitah, Suherman, Muslimin

Juniar Hisbullah, Muhammad Ainul Yusri, Muktasim
Masitah, Suherman, Muslimin

Ikhtisar MATEMATIKA

UNTUK SMP DAN MTs

Sanabil

Ikhtisar
MATEMATIKA
UNTUK SMP DAN MTs

Ikhtisar
MATEMATIKA
UNTUK SMP DAN MTs

Juniar Hisbullah, Muhammad Ainul Yusri, Muktasim
Masitah, Suherman, Muslimin

Sanabil

Ikhtisar MATAMATIKA
UNTUK SMP DAN MTs

Penulis : Juniar Hisbullah
Muhammad Ainul Yusri
Muktasim
Masitah
Suherman
Muslimin

Editor : Lalu Muhammad Fauzi
Muhammad Gazali

Layout : Lalu Faeyza Hafizh
Desain Cover : Lalu Faeyza Hafizh

ISBN : 978-623-317-318-6

Cetakan 1 : Oktober 2022

Penerbit:
Sanabil
Jl. Kerajinan 1 Blok C/13 Mataram
Telp. 0370- 7505946, Mobile: 081-805311362
Email: sanabilpublishing@gmail.com
www.sanabilpublishing.com

Kata Pengantar

Segala Puji dan Syukur kami panjatkan kehadirat Alloh Subhanahu Wa Ta'ala atas Rahmat, Taufiq, dan Hidayah yang sudah diberikan sehingga buku "Ikhtisar MATEMATIKA Untuk SMP dan MTs" dapat diselesaikan. Tujuan dari penulisan buku ajar ini tidak lain adalah untuk membantu para guru dan siswa dalam memahami konsep matematika secara utuh.

Buku ini juga akan memberikan langkah-langkah yang rinci dalam penyelesaian soal-soal atau masalah matematika, sehingga para guru dan siswa dapat mengembangkan pengetahuannya dalam menyelesaikan berbagai permasalahan matematika.

Penulis sadar bahwa penulisan buku ini bukan merupakan buah hasil kerja keras penulis sendiri. Ada banyak pihak yang sudah berjasa dalam membantu penulis di dalam menyelesaikan buku ini. Maka dari itu, penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu memberikan wawasan dan bimbingan kepada penulis sebelum maupun ketika menulis buku ini.

Penulis juga sadar bahwa buku yang disusun belum bisa dikatakan sempurna. Maka dari itu, penulis meminta dukungan dan masukan dari para pembaca, agar kedepannya penulis bisa lebih baik lagi di dalam menulis sebuah buku.

Pancor, Agustus 2022

Penulis

Daftar Isi

BAGIAN 1
BILANGAN

Bilangan merupakan kumpulan angka yang menempati urutan dari kanan sebagai nilai satuan, puluhan, ratusan, ribuan dan seterusnya. Pengertian lain, bilangan merupakan konsep matematika yang dipakai untuk pencacahan dan pengukuran. Lambang dan simbol yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut dengan angka atau lambang bilangan. Konsep bilangan yang sudah bertahun-tahun lamanya sudah diperluas meliputi bilangan nol, bilangan negatif, bilangan rasional, bilangan irasional, dan bilangan kompleks.

A. MACAM-MACAM BILANGAN

Dalam matematika kita mengenal adanya berbagai macam jenis bilangan. Ada beberapamacam himpunan bilangan yang dikenal seperti bilangan bulat (integer), bilangan riil (real /floating point number), bilangan imajiner (imaginary) dan lain-lain. Kita akan membahas macambilangan tersebut satu-persatu.

1. Bilangan Asli

Dalam matematika, terdapat dua kesepakatan mengenai himpunan bilangan asli. Bilangan asli merupakan salah satu konsep matematika yang paling sederhana dan termasuk konsep pertama yang bisa dipelajari dan dimengerti oleh manusia. Wajar apabila bilangan asli adalah jenis pertama dari bilangan yang digunakan untuk membilang, menghitung, dan sebagainya. Sifat yang lebih dalam tentang bilangan asli, termasuk kaitannya dengan bilangan prima, dipelajari dalam teori bilangan. Untuk matematika lanjut, bilangan asli dapat dipakai untuk mengurutkan dan mendefinisikan sifat hitungan suatu himpunan.

Konsep bilangan-bilangan yang lebih umum dan lebih luas memerlukan pembahasan lebih jauh, bahkan kadang-kadang memerlukan kedalaman logika untuk bisa memahami dan mendefinisikannya. Misalnya dalam teori matematika, himpunan semua bilangan rasional bisa dibangun secara bertahap, diawali dari himpunan bilangan-bilangan asli.

Himpunan bilangan asli diberi lambang N (berasal dari kata Natural dalam bahasa Inggris yang berarti “alami”), yakni:

Contoh : $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\ldots\}$

2. Bilangan Bulat

Bilangan bulat terdiri dari bilangan asli (1, 2, 3, …), bentuk negatifnya (-1, -2, -3, …) dan bilangan nol. Bilangan bulat dapat dituliskan tanpa komponen desimal atau pecahan. Jika ditinjau dari segi nama, bilangan bulat pasti sesuatu yang bulat. Maksudnya bilangan ini adalah bilangan utuh. Himpunan semua bilangan bulat dalam matematika dilambangkan dengan $\mathbb{Z}$, berasal dari Zahlen (bahasa Jerman untuk "bilangan").

B = {…-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5…..}

3. Bilangan Cacah

Bilangan cacah sebenarnya merupakan anggota himpunan bilangan bulat. Bilangan cacah merupakan bilangan bulat dengan nilai tak negatif. Sehingga anggota bilangan cacah adalah {0,1,2,3,4,…} . Kenapa dinamakan sebagai bilangan cacah? Karena fungsi bilangan ini untuk mencacah atau menghitung banyaknya jumlah benda.

4. Bilangan Rasional

Dalam matematika, bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan sebagai bentuk $\frac{a}{b}$, di mana a dan b adalah bilangan bulat dan b tidak sama dengan 0. Bilangan Rasional diberi lambang : Q (berasal dari bahasa Inggris “quotient”). Sebuah bilangan asli dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan rasional. Sebagai contoh bilangan asli 6 dapat dinyatakan sebagai: $\frac{12}{2}$ atau $\frac{30}{5}$ dan sebagainya.

5. Bilangan Irasional

   Bilangan irrasional adalah bilangan yang bukan rasional. Maksudnya adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai bentuk $\frac{a}{b}$ di mana a dan b adalah bilangan bulat dan b ≠ 0.

   p = 3,141592653358…….. (desimalnya tidak beraturan/tidak berulang)

   e = 2,71828281284590……. (desimalnya tidak beraturan/tidak berulang)

   akar 2 = 1,4142135623…….. (desimalnya tidak beraturan/tidak berulang

6. Bilangan Riil

   Dalam matematika, bilangan riil atau bilangan real adalah sekumpulan bilangan (bilangan rasional dan irasional) bersama-sama dengan negatifnya dan nol. Bilangan riil dapat dipandang sebagai pengenal (label) untuk titik-titik sepanjang sebuah garis mendatar. Disana bilangan-bilangan itu mengukur jarak kekanan dan kekiri dari suatu titik tetap yang disebut titik tetap. Himpunan semua bilangan riil dalam matematika dilambangkan dengan R (berasal dari kata “Real”).

7. Bilangan Prima

Bilangan prima adalah bilangan yang tidak dapat dibagi oleh bilangan lainnya atau disebut dengan bilangan asli kecuali bilangan itu sendiri dan 1.

P = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, …..}

8. Bilangan Cacah

Bilangan cacah yakni adalah suatu himpunan bilangan bulat yang tidak memiliki nilai negatif dan dimulai dari angka (nol)

C = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10….}

B. SIFAT OPERASI PADA BILANGAN BULAT

Operasi hitung bilangan bulat mempunyai beberapa sifat, yaitu:

1. Sifat Tertutup

   Pada sifat tertutup, setiap bilangan bulat a dan b menggunakan rumus ini:

   A + B = C di mana A, B, dan C sama-sama bilangan bulat

   Contoh: 5 + 3 = 8

2. Sifat Komutatif (Pertukaran)

Sifat yang sering disebut sebagai sifat pertukaran ini ada di dalam 2 jenis operasi hitung, yakni: operasi hitung penjumlahan dan operasi hitung perkalian.

Nanti pada hasil akhirnya, tidak akan ada perbedaan, karena angka yang ditukar akan tetap menghasilkan hasil akhir yang sama.

Namun, sifat komutatif hanya berlaku untuk penjumlahan dan perkalian, tidak untuk pengurangan dan pembagian.

Rumus sifat komutatif pada operasi hitung penjumlahan adalah sebagai berikut:

A + B = B + A

Contoh: 3 + 5 = 5 + 3

Rumus sifat komutatif pada operasi hitung perkalian adalah sebagai berikut:

A x B = B x A

Contoh: 3 x 5 = 5 x 3

3. Sifat Asosiatif (Pengelompokkan)

   Sifat asosiatif disebut juga sebagai sifat pengelompokan, yang hanya berlaku pada penjumlahan dan perkalian. Hasil dari penjumlahan dan perkalian ini juga akan tetap sama baik dikerjakan dari penjumlahan maupun perkalian.

Namun, sifat asosiatif hanya berlaku untuk penjumlahan dan perkalian, tidak untuk pengurangan dan pembagian.

Rumus sifat asosiatif pada operasi hitung penjumlahan adalah sebagai berikut:

(A + B) + C = A + (B + C)

Contoh:(3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7)

Rumus sifat asosiatif pada operasi hitung perkalian adalah sebagai berikut:

(A x B) x C = A x (B x C)

Contoh: (3 x 5) x 7 = 3 x (5 x 7)

4. Sifat Distributif (Penyebaran)

   Sifat yang sering disebut sebagai sifat penyebaran ini mempunyai hubungan yang erat dengan operasi hitung pada bilangan bulat. Bentuk dari sifat distributif ini bisa digunakan di dalam bentuk penjumlahan maupun pengurangan yang disertai perkalian.

   Rumus sifat distributif pada operasi hitung perkalian dan penjumlahan adalah sebagai berikut:

   A x (B + C) = (A x B) + (A x C)

Contoh: 3 x (5 + 7) = (3 x 5) + (3 x 7)

Rumus sifat distributif pada operasi hitung perkalian dan pengurangan adalah sebagai berikut:

A x (B – C) = (A x B) – (A x C)

Contoh: 3 x (8 – 4) = (3 x 8) – (3 x 4)

C. KPK DAN FPB

Salah satu materi yang menjadi dasar matematika sekolah adalah bilangan, pemahaman yang baik tentang konsep bilangan akan sangat membantu dalam memahami konsep-konsep yang lain, seperti pada materi KPK dan FPB yang merupakan materi yang diajarkan dari tingkat SD sampai SMP dan banyak digunakan untuk memahami konsep matematika SMA.

1. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari dua atau tiga bilangan adalah bilangan terkecil yang habis dibagi kedua atau ketiga bilangan tersebut. Suatu bilangan merupakan kelipatan bilangan lain apabila bilangan lain merupakan hasil perkalian dengan bilangan yang dimaksud. Kelipatan suatu bilangan dapat diperoleh dengan cara mengalikan bilangan itu dengan bilangan asli.

Cara Menentukan KPK

Dalam mencari nilai KPK terdapat 2 metode yang dapat digunakan, yaitu

a. Metode sederhana

Misal kita akan mencari KPK dari 14 dan 4, maka cara mencari KPK menggunakan metode sederhana adalah:

Kelipatan 14 = 14, 28, 42, 56, 70, …

Kelipatan 4 = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, …

KPK dari 14 dan 4 adalah kelipatan yang sama dan terkecil, jadi KPK nya adalah 28

b. Pohon faktor

Metode ini menggunakan pohon faktorial. Misalkan kita akan mencari KPK dari 20 dan 45 maka cara mencari KPK nya adalah:

faktorial 20 = 22 x 51

faktorial 45 = 32 x 51

ambil faktor yang memiliki pangkat terbesar yaitu 22 x 32 x 51

kalikan faktor faktor tersebut 4 x 9 x 5 = 180

Jadi, KPK dari 20 dan 45 adalah 180.

2. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)

Faktor persekutuan terbesar (FPB) dari dua atau tiga bilangan terbesar yang dapat membagi habis kedua atau ketiga bilangan tersebut. Menurut Sulesno (2005) “Faktor adalah pembagi atau hasil bagi suatu bilangan asli yang menghasilkan sisa nol”. Bilangan yang bisa membagi bilangan lain dengan tidak tersisa merupakan factor bilangan tersebut. sedangkan factor persekutuan terbesar (FPB) adalah suatu bilangan diperoleh dari factor persekutuan dua bilangan atau lebih yang paling besar.

Cara Menentukan KPK

Dalam mencari nilai FPB terdapat 2 metode yang dapat digunakan, yaitu

a. Metode sederhana

Misal kita akan mencari FPB dari 14 dan 4, maka cara mencari KPK menggunakan metode sederhana adalah

Faktor 14 = 1, 2, 7, 14

Faktor 4 = 1, 2, 4

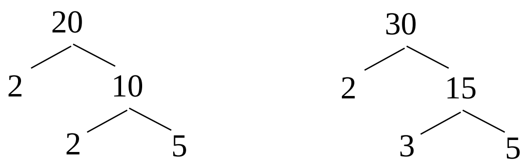
FPB dari 14 dan 4 adalah faktor yang sama dan terbesar, jadi FPB nya adalah 2

b. Pohon Faktor

Metode faktorial memiliki 2 alternatif cara yaitu menggunakan pohon faktor.

Misalkan kita akan mencari FPB dari 20 dan 30 maka cara mencari FPB nya adalah

Buat pohon faktornya



Susun bilangan dari pohon faktor sehingga didapatkan faktorialnya

Faktorial 20 = 22 x 51

Faktorial 30 = 21 x 31 x 51

Ambil faktor yang sama yaitu 2 dan 5

Kalikan faktor yang sama dan memiliki pangkat terkecil yaitu 21 x 51

Kalikan faktor faktor tersebut 2 x 5 = 10

Jadi, FPB dari 20 dan 30 adalah 10

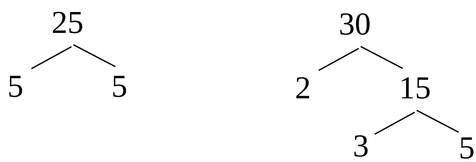
Contoh soal

a. Terdapat 2 motor di rumah Ani yang harus secara rutin di servis ke bengkel. Motor pertama harus di servis setiap 30 hari sekali, sedangkan motor satunya harus diservis setiap 25 hari sekali.

Setiap berapa hari kah Ani harus membawa kedua motornya untuk diservis bersama-sama?

Pembahasan

Akan dicari KPK dari 25 dan 30 menggunakan pohon factorial



Faktorial 25 = 52

Faktorial 30 = 2 x 3 x 5

Diperoleh KPK dari 25 dan 30 adalah 2 x 3 x 52 = 150

Jadi, setiap 150 hari Ani akan membawa kedua motornya untuk diservis bersama-sama.

b. Andi mempunyai 15 roti coklat dan 20 roti pisang. Roti tersebut akan dimasukkan kedalam kantong plastik dengan komposisi yang sama untuk dibagikan kepada temannya. Berapa kantong berisi roti yang dapat dibuat Andi?

Pembahasan

Akan dicari FPB dari 15 dan 20 menggunakan metode sederhana

Faktor 15 = 1, 3, 5, 15

Faktor 20 = 1, 2, 4, 5, 10, 20

FPB dari 14 dan 4 adalah faktor yang sama dan terbesar, maka FPB nya adalah 5

Jadi, jumlah kantong plastik yang berisi roti dengan komposisi yang sama adalah 5 kantong plastik

Latihan soal

1 Bel A berbunyi tiap 9 detik. Bel B berbunyi tiap 5 detik. Tiap berapa detik kedua bel berbunyi bersama?

2 Rosa mempunyai 24 coklat dan 36 permen. Rosa akan membungkus dan membagikan permen dan cokelat tersebut kepada sebanyak mungkin teman-temannya, masing-masing sama banyak. Berapa banyak bungkusan yang dapat dibuat oleh Rosa? Berapa banyak masing-masing cokelat dan permen pada setiap bungkus?

3 Pak Yudi memiliki 12 apel dan 18 jeruk. Apel dan jeruk tersebut akan dimasukkan ke dalam kantong plastik. Berapa kantong plastik yang dibutuhkan, jika setiap kantong berisi apel dan jeruk dengan jumlah yang sama?

4 Pak Teguh mendapat tugas piket di sekolah setiap 12 hari sekali. Pak Didi mendapat tugas piket setiap 18 hari sekali. Tanggal 1 Juli 2007 mereka mendapat tugas piket secara bersamaan. Kapan mereka akan mendapat tugas piket secara bersamaan untuk yang kedua?

5 Lindri mempunyai 16 jilbab dan 8 bros. Lindri ingin membungkus jilbab dan bros tersebut untuk diberikan pada adik-adiknya. Masing-masing bungkusan tersebut berisi sama banyak. Ada berapa bungkus jilbab dan bros tersebut? pada masing-masing bungkusan berapa jilbab dan bros yang ada?

6 Sari mempunyai 84 pulpen biru dan 56 pulpen hitam. sari ingin membagikannya pada anak SD dan akan dimasukan dalam plastik. berapakah plastik yang dibutuhkan untuk membungkus pulpen tersebut? berapa pulpen hitam dan pulpen biru pada setiap plastic?

7 Zul dan Fahry berenang bersama-sama pada tanggal 3 november 2012. Jika, Zul berenang setiap 4 hari sekali dan Fahry setiap 5 hari sekali. Pada tanggal berapa mereka akan berenang bersama-sama untuk kedua kalinya?

8 Jadwal latihan tiga tim bola voli untuk bermain di lapangan yang sama adalah tim pertama 4 hari sekali, tim kedua latihan 5 hari sekali dan tim ketiga 6 hari sekali. Jika tanggal 1 Desember 2000 ketiga tim mengadakan latihan bersama, maka mereka latihan bersama pada tanggal ...

D. BILANGAN PECAHAN

Bilangan pecahan merupakan salah satu bilangan yang sering kita jumpai dalam pelajaran matematika. Dalam bahasa inggris, pecahan berarti fraction yang berasal dari bahasa latin, yaitu “fractus” yang artinya rusak. Pengertian dari bilangan pecahan adalah bagian dari satu keseluruhan dari suatu kuantitas tertentu. Secara matematis, bilangan pecahan dapat disimbolkan dengan “$\frac{a}{b}$”. Bilangan $\frac{a}{b}$ bisa dibaca dengan “a per b”. Bilangan a sebagai pembilang dan bilangan b sebagai penyebut.

1. Jenis-Jenis Bilangan Pecahan

Bilangan pecahan terbagi menjadi 4 jenis, yaitu : pecahan biasa, pecahan campuran, pecahan desimal, dan pecahan senilai.

a. Pecahan biasa

Pecahan biasa terbagi menjadi dua macam, yaitu pecahan sejati dan pecahan tidak sejati. Pecahan sejati merupakan bilangan pecahan yang pembilangnya lebih kecil daripada penyebutnya. Sedangkan pecahan tidak sejati merupakan kebalikannya. Misalkan diketahui sebuah bilangan pecahan $\frac{a}{b}$, jika a < b disebut pecahan sejati, jika a > b disebut pecahan tidak sejati.

Contoh :

Pecahan sejati $\frac{3}{7}$, dimana 3 lebih kecil dari 7

Pecahan tidak sejati $\frac{9}{2}$, dimana 9 lebih besar dari 2

b. Pecahan campuran

Pecahan campuran dapat diperoleh dari pecahan biasa tidak sejati dengan pembagian porogapit bersisa. Pecahan campuran terdiri dari bilangan bulat dan bilangan pecahan biasa. Pecahan campuran dapat disimbolkan sebagai berikut:

$c\frac{a}{b}$,dimana c adalah bilangan bulat, a adalah pembilang dan b adalah penyebut

Cara mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran dapat dilakukan dengan menggunakan cara porogapit.

Contoh

$$\frac{115}{3} = 38\frac{1}{3}$$

Selain mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran, kita juga bisa mengubah pecahan campuran ke pecahan biasa dengan cara berikut:

$$c\frac{a}{b} = \frac{(b\ x\ c) + a}{b}$$

Contoh

$$3\frac{2}{5} = \frac{(5\ x\ 3) + 2}{5} = \frac{15 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

c. Pecahan Desimal

Pecahan desimal ini merupakan hasil hitung dari pecahan biasa. Pecahan desimal ini bentuknya dua angka atau lebih dimana angka di depan koma adalah bilangan satuan, dan angka di belakang koma adalah persepuluhan, perseratus dan seterusnya.

Contoh

$1,3 = \frac{13}{10}$ $2,35 = \frac{235}{100}$ $0,236 = \frac{236}{1000}$

dan serusnya

d. Pecahan Senilai

Pecahan senilai merupakan dua atau lebih bilangan pecahan yang memiliki perbandingan yang sama antara pembilang dan penyebutnya.

Contoh

$\frac{1}{2}$ senilai dengan $\frac{4}{8}$, karena perbandingan pembilang dan penyebutnya sama, yaitu $\frac{1}{2}$

2. Operasi Bilangan Pecahan

Dalam operasi bilangan pecahan, terdapat aturan yang perlu diperhatikan, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Berikut penjelasan dari operasi-operasi tersebut, termasuk contoh soal penjumlahan dan pengurangan bilangan pecahan.

a. Penjumlahan dan Pengurangan

Penjumlahan bilangan pecahan disimbolkan dengan tanda tambah (+). Sedangkan pengurangan disimbolkan dengan tanda (–). Dalam penjumlahan bilangan pecahan yang memiliki penyebut yang sama, bilangan yang dijumlahkan hanya bilangan pada pembilang saja. Sedangkan penjumlahan bilangan pecahan yang berbeda penyebutnya, tidak dapat dilakukan secara langsung. Namun harus menyamakan terlebih dahulu penyebutnya dengan menggunakan kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari penyebut-penyebutnya. Aturan yang sama juga berlaku untuk operasi pengurangan bilangan pecahan. Cara menyamakan penyebutnya sama dengan menyamakan penyebut untuk perbandingan bilangan pecahan.

Contoh

1) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$

2) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5-3}{7} = \frac{2}{7}$

3) $\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{(3\ x\ 5)+(2\ x\ 4)}{3\ x\ 4} = \frac{15+8}{12} = \frac{23}{12}$

4) $\frac{4}{5} + \frac{3}{2} = \frac{(5\ x\ 3)-(2\ x\ 4)}{5\ x\ 2} = \frac{15-8}{10} = \frac{7}{10}$

b. Perkalian pecahan

Dalam perkalian antar bilangan pecahan tidak perlu menyamakan penyebutnya. Perkalian dilakukan secara langsung antar pembilang dan antar penyebut. Perkalian dari bilangan pecahan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{a}{b} x \ \frac{c}{d} = \frac{a \ x \ c}{b \ x \ d}$$

Contoh

$$\frac{3}{5} x \ \frac{4}{7} = \frac{3 \ x \ 4}{5 \ x \ 7} = \frac{12}{35}$$

c. Pembagian pecahan

Dalam pembagian antar bilangan pecahan tidak perlu menyamakan penyebutnya. Pembagian bilangan pecahan dapat diubah menjadi bentuk perkalian bilangan pecahan. Pembagian dari bilangan pecahan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} x \ \frac{d}{c} = \frac{a \ x \ d}{b \ x \ c}$$

Contoh

$$\frac{3}{5} : \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \ x \ \frac{7}{4} = \frac{3 \ x \ 7}{5 \ x \ 4} = \frac{21}{20}$$

Latihan

1. Diketahui banyak siswa kelas satu 45 anak. 25 anak di antaranya laki-laki. Tentukan bilangan pecahan yang menyatakan perbandingan antara banyak siswa putra terhadap banyak siswa kelas satu.

2. Hitunglah hasil pengurangan $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ ke dalam bentuk pecahan paling sederhana
3. Hitunglah hasil perkalian $\frac{3}{5}\ x\ \frac{4}{7}$ ke dalam bentuk pecahan paling sederhana
4. Hitunglah hasil pembagian $3 : \frac{2}{5}$ ke dalam bentuk pecahan paling sederhana
5. Hitunglah hasil operasi pecahan dari $\frac{1}{5} - \frac{3}{5} + \frac{1}{7}$ ke dalam bentuk pecahan paling sederhana
6. Hitunglah hasil pecahan desimal dari 1,21 + 0,052 + 0,1
7. Nyatakan pecahan-pecahan decimal berikut ke dalam bentuk pecahan biasa :
   a. 0,06
   b. 12,46
8. Tentukan hasil dari:
   a. 8,665 + 2,001
   b. 2,345 – 2,112
   c. 6,25 x 0,56
   d. 29,011 : 2,5

E. PERPANGKATAN

Pembelajaran bilangan berpangkat dimulai dengan mengingatkan kembali arti bilangan berpangkat. Untuk itu dapat dimulai dengan ilustrasi sebagai berikut. Diambil sembarang bilangan, misalkan 2, kemudian dikalikan sebanyak 5 kali, jadi 2 x 2 x 2 x 2 x 2. Penulisan seperti ini terlalu panjang dan kurang praktis. Jadi cukup menuliskannya sebagai bilangan berpangkat yaitu 25.

Disini berarti pembelajaran bilangan berpangkat telah dimulai secara induktif (dimulai dari contoh), selanjutnya dengan memperhatikan pola, didapat kesimpulan umum. Bilangan berpangkat adalah perkalian berulang dari bilangan tersebut.

$$\underbrace{a \times a \times a \times a \times a \times \ldots \times a}_{p} = a^n$$

Keterangan

a^n = bilangan berpangkat

a = bilangan pokok

n = pangkat

Semula tampaknya bilangan berpangkat harus merupakan bilangan asli, namun dalam perkembangan selanjutnya dikenalkan bilangan berpangkat 0, bilangan berpangkat negatif, dan bilangan berpangkat rasional. Bilangan yang dipangkatkan juga berkembang bukan hanya bilangan cacah, tetapi bilangan bulat, bilangan rasional, dan bilangan real.

Sifat-sifat bilangan berpangkat:

a. Perkalian dua bilangan berpangkat

Contoh:

$2^3 \times 2^2 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3} \times \underbrace{2 \times 2}_{2} = 2^5$

Maka didapat $a^p \times a^q = a^{p+q}$

a. Pembagian dua bilangan berpangkat

Contoh

$2^3 : 2^2 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3} : \underbrace{2 \times 2}_{2} = \dfrac{2x2x2}{2x2} = 2^1$

maka didapat $a^p : a^q = a^{p-q}$

b. Perpangkatan dua bilangan berpangkat

Contoh

$(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3x3)x(3x3)x(3x3)x(3x3)$

$= 3^2x4 = 3^8$

maka didapat $(a^p)^q = a^{pq}$

c. Perpangkatan bilangan rasional

Contoh

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$$

maka didapat $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$

d. Perpangkatan dua perkalian bilangan

Contoh: $(2 \times 3)^2 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

maka didapat $(a \times b)^p = a^p \times b^p$

e. Pangkat nol

Setiap bilangan yang dipangkatkan dengan nol hasilnya adalah 1

Contoh

$2^0 = 1$ $5^0 = 1$

Bukti

Definisi: setiap bilangan yang dibagi oleh bilangan itu sendiri hasilnya adalah 1

$$\frac{a^p}{a^p} = 1 \text{ dimana } a^{p-p} = 1 \text{ sehingga } a^0 = 1$$

f. Pangkat bulat negatif

Contoh:

$\frac{1}{3^5} = 3^{-5}$

maka didapat $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$

F. PENARIKAN AKAR

Pengakaran (penarikan akar) suatu bilangan merupakan inversi dari pemangkatan suatu bilangan. Akar dilambangkan dengan notasi ”$\sqrt{\ }$”. Akar ke-*n* atau akar pangkat *n* dari suatu bilangan *a* dituliskan sebagai $\sqrt[n]{a}$, dengan *a* adalah bilangan pokok/basis dan *n* adalah indeks/eksponen akar. Bentuk akar dan pangkat memiliki kaitan erat. Bentuk akar dapat diubah menjadi bentuk pangkat dan sebaliknya. Sebelum mempelajari bentuk akar, kamu harus memahami konsep bilangan rasional dan irrasional terlebih dahulu.

Perhatikan kembali definisi akar bilangan berikut.

- Jika $p^2 = n$, maka $p =$ karena $\sqrt{p^2} = p$
- Jika $p^3 = n$, maka $p =$ karena $\sqrt[3]{p^3} = p$

Pada pembahasan yang lalu, telah dipelajari bilangan rasional. Sekarang coba perhatikan bilangan-bilangan berikut.

$\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$. Apakah bilangan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$? Tentu tidak. Maka bilangan tgersebut adalah bilangan irasional

Apakah $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{25}$ dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$? jika ya, maka bilangan tersebut adalah bilangan rasional.

Dari bentuk akar di atas dapat kita simpulkan $\sqrt{p^2}$ = *p*, dengan *p* bilangan real positif.

1. Mengubah Bentuk Akar menjadi Bilangan Berpangkat Pecahn atau Sebaliknya

   Dari bentuk perkalian $a^{\frac{1}{2}}$ x $a^{\frac{1}{2}}$ dapat kita nyatakan sebagai $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2$, sehingga kita peroleh hubungan $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2$ = *a* atau $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a}$.

   Demikian juga perkalian $a^{\frac{2}{3}}$ x $a^{\frac{2}{3}}$ x $a^{\frac{2}{3}}$ dapat kita nyatakan dalam bentuk $\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^3$, sehingga kita peroleh hubungan $\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^3 = a^2$ atau $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$

Dari uraian di atas dapat kita nyatakan bahwa setiap bilangan berpangkat pecahan dapat dinyatakan dalam bentuk akar atau sebaliknya.

$p^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{p^a}$, *p* bilangan real *b*≠0 dan *a,b* bilangan bulat positif.

Contoh

Nyatakan bilangan-bilangan berikut ke dalam bentuk akar

a. $5^{\frac{2}{3}}$ b. $3^{-\frac{1}{2}}$ c. $x^{\frac{5}{3}}$ d. $y^{-\frac{3}{4}}$

Penyelesaian:

a. $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

b. $3^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt[2]{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

c. $x^{\frac{5}{3}} = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^5 = \sqrt[3]{x^5}$

d. $y^{-\frac{3}{4}} = \dfrac{1}{y^{\frac{3}{4}}} = \dfrac{1}{\sqrt[4]{y^3}}$

2. Operasi pada Bentuk Akar

a. Menghitung perpangkatan dari Akar Suatu Bilangan

Pada bahasan sebelumnya, kita telah mempelajari sifat-sifat umum pada bilangan berpangkat rasional. Sifat-sifat tersebut diantaranya

$$p^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{p^a} \ ; \ \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} \qquad ; \ \left(a^p\right)^q = a^{pq}$$

Ketiga sifat tersebut akan digunakan untuk menghitung contoh berikut ini.

Hitunglah

a. $\left(\sqrt[3]{4^2}\right)^3$

b. $\left(2\sqrt[3]{3^2}\right)$

Penyelesaian

a. $\left(\sqrt[3]{4^2}\right)^3 = \left(4^{\frac{2}{3}}\right)^3$ … sifat $\sqrt[b]{p^a} = p^{\frac{a}{b}}$

$= 4^2$ … sifat $\left(a^p\right)^q = a^{pq}$

$= 16$

b. $\left(2\sqrt[3]{3^2}\right)^6 = \left(2x3^{\frac{2}{3}}\right)^6$

$= 2^6 \text{ x } 3^4$ … sifat $(axb)^n$

$= a^n \text{ x } b^n$

$= 64 \text{ x } 81 = 5184$

b. Penjumlahan dan pengurangan bentuk Akar

Untuk memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bentuk akar dapat kita gunakan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan atau pengurangan.

Contoh

Selesaikanlah soal-soal berikut

a. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

b. $8\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

c. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{7}$

Penyelesaian:

a. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (5+2)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

b. $8\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (8-3)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

c. $5\sqrt{3}$ + $2\sqrt{7}$ tidak dapat dijumlahkan,

karena angka di dalam akar berbeda

Penjumlahan atau pengurangan bilangan dalam bentuk akar dapat dirumuskan sebagai berikut

a $\sqrt{c}$ + b $\sqrt{c}$ = a + b $\sqrt{c}$

a $\sqrt{c}$ - *b* $\sqrt{c}$ = *a* - *b* $\sqrt{c}$ dengan *a,*b dan c bilangan real dan c>0.

c. Perkalian Bentuk Akar

Perkalian bentuk akar dapat kita sederhanakan dengan menggunakan sifat yang telah kita pelajari. Misalnya

$\sqrt{a}$ x $\sqrt{b}$ = $\sqrt{ab}$ dengan a,b bilangan real positif.

Contoh:

Sederhanakanlah perkalian berikut ini

$\sqrt{2}$ x $\sqrt{3}$

Penyelesaian:

$\sqrt{2}$ x $\sqrt{3}$ = $\sqrt{2x3}$ = $\sqrt{6}$

Perkalian bentuk akar secara umum dapat dinyatakan sebagai berikut.

$a\sqrt{b}$ x $c\sqrt{d}$ = $axc\sqrt{bd}$ dimana a,b, c dan d bilangan real dengan b>0, d>0

Selanjutnya, perkalian suku dua dalam bentuk akar dapat diselesaikan dengan memanfaatkan sifat-sifat berikut.

1 $(a+b)(a+b)= (a+b)^2= a^2+2ab+b^2$

2 $(a-b)(a-b)= (a-b)^2= a^2-2ab+b^2$

3 $(a+b)(a-b)= a^2-b^2$

d. Pembagian Bentuk Akar

Untuk lebih memahami pembagian bentuk akar, perhatikan contoh berikut

Hitnglah soal-soal berikut.

1. $\sqrt{125} : \sqrt{5}$
2. $\sqrt{64} : \sqrt{4}$

Penyelesaian:

1. $\sqrt{125} : \sqrt{5} = \sqrt{125:5} = 5$
2. $\sqrt{64} : \sqrt{4} = \sqrt{64:4} = 4$

Pembagian bentuk akar memenuhi ketentuan $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a:b}$ dimana *a,b* bilangan real dengan *a*>0 dan *b*>0

e. Merasionalkan Bentuk akar Kuadrat

Misalnya $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{7}}$ merupakan bilangan irasional. Penyebut dari pecahan-pecahan tersebut dapat diubah menjadi bilangan rasional dan disebut merasionalkan bentuk akar. Cara merasionalkan penyebut berbentuk akar dapat dilakukan dengan mengalikan pembilan dan penyebut tersebut dengan pasangan bentuk akar sekawannya, sehingga diperoleh penyebut bilangan rasional.

Untuk lebih jelasnya perhatikan bentuk pecahan berikut

contoh

Misalnya kita ingin merasionalkan bentuk $\frac{3}{\sqrt{2}}$

Penyelesaian:

Pecahan tersebut dikalikan dengan sekawan $\sqrt{2}$, yaitu $\sqrt{2}$.

Dengan dikalikan $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ maka akan diperoleh penyebutnya tidak dalam bentuk akar.

Jadi, $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}\ x\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ atau $\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

Pecahan yang pembilang dan penyebut dikalikan dengan sekawan dari penyebutnya akan bernilai tetap, walau bentuknya berubah.

Bentuk pecahan $\frac{a}{\sqrt{b}}$ dengan a bilangan rasional dan $\sqrt{b}$ bentuk akar dapat dirasionalkan dengan cara mengalikan pecahan itu dengan sekawan penyebutnya, yaitu $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ sehinggga pecahan itu berubah menjadi

$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}}\ x\ \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ atau $\frac{a}{b}\sqrt{b}$

BAGIAN 2
BANTUK ALJABAR

A. PENGERTIAN

Huruf- huruf dalam aljabar digunakan sebagai pengganti angka. Bentuk aljabar sering melibatkan angka (disebut konstanta), huruf (disebut variabel), dan operasi hitung. Hal ini penting untuk kita ketahui dan mengerti agar penulisan singkat dalam aljabar dapat kita gunakan untuk menyelesaikan masalah sehingga lebih mudah dipahami

Contoh

2a berarti 2 x a atau (a + a)

$\frac{a}{2}$ berarti $a : 2$ atau $\frac{1}{2}$ dari a

2ab berarti 2 x a x b atau (ab + ab)

A(-b) berarti a x (-b) atau -ab

$(2a)^2$ berarti $2a$ x $2a$ atau 2 x a x 2 x a atau 2^2 x a^2

$a^{\frac{1}{3}}$ berarti $\sqrt[3]{a}$

$\frac{a^2 - 1}{2}$ berarti $(a \text{ x } a - 1) : 2$

B. OPERASI BENTUK ALJABAR

Sebelum kita membahas operasi hitung bentuk aljabar, kita akan melihat dulu sifat-sifat dasar dari aritmatika yang juga berlaku pada bentuk aljabar, seperti terlihat pada tabel berikut.

Sifat Komutatif	Sifat Asosiatif	Sifat Distributif
a + b = b + a ab = ba a - b ≠ b -a a/b ≠ b/a	(a + b) + c = a + (b + c) (ab)c = a(bc) (a - b) - c ≠ a - (b - c) a/b : c ≠ a : b/c	(a + b)c = ac + bc a(b + c) = ab + ac a(b - c = ab - ac (a - b)c = ac - bc

1. Perkalian Konstanta dengan Bentuk Aljabar Bersuku Dua

   Sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan ataupun pengurangan pada bilangan bulat tersebut dapat juga diterapkan untuk operasi perkalian suatu konstanta dengan bentuk aljabar bersuku dua atau lebih.

   Perhatikan contoh berikut ini :

   a. $3(x + 2) = 3x + 6$
   b. $-\ (3a - 4b - 5c) = -\ 3a + 4b + 5c$
   c. $-k(k - 2l + 4m) = -k^2 + 2kl - 4km$

2. Menjumlahkan dan Mengurangkan Suku-suku Sejenis

   Suatu bentuk aljabar yang mengandung suku-suku sejenis dapat disederhanakan dengan cara menjumlahkan dan mengurangkan suku-suku sejenis yang ada. Proses ini dilakukan dengan sifat distributif.

Contoh

Sederhanakan bentuk berikut ini !

$b^2 + 2ab - 3b^2 + 5ab$

Pembahasan

$b^2 + 2ab - 3b^2 + 5ab = (b^2 - 3b^2) + (2ab + 5ab)$ (sifat komutatif)

$= (1 - 3)\, b^2 + (2 + 5)\, ab$ (sifat distributif)

$= -2\, b^2 + 7ab$

Adakalanya penjumlahan dan pengurangan suku-suku sejenis dilakukan secara menurun, seperti pada cotoh berikut ini:

a.
$$\begin{array}{r} -3a - b + c \\ a + 7b - 5c \\ \hline \end{array} \; +$$

$= (-3 + 1)\, a + (-1 + 7)b + (1 - 5)c$

$= -2a + 6b + (-4)c$

$= -2a + 6b - 4c$

b.
$$\begin{array}{r} 5x - 4y + 3z \\ -5x + 4y - 3z \\ \hline \end{array} \; -$$

$= [5 - (-5)]x + (-4 - 4)y + [3 - (-3)]\, z$

$= (5 + 5)x - (4 + 4)y + (3 + 3)z$

$= 10x - 8y + 6z$

3. Perkalian dan Pembagian Antar bentuk Aljabar

   Pada saat kita melakukan perkalian dan pembagian antar bentuk aljabar, terlebih dahulu lakukan pengelompokkan koefisien, kemudian kelompokkan variabel-variabel yang sama. Tuliskan variabel dalam urutan abjad dan pangkat dalam urutan kecil ke besar. Untuk diingat : operasi dalam variabel harus diselesaikan terlebih dahulu.

   Contoh

   Tulislah dalam bentuk yang paling sederhana !

   a. 2ab(-3bc)
   b. $[24a^2b^3 (c - d)^3] : [-6ab (d - c)^2]$

   Pembahasan

   a. $2ab(-3bc) = 2 \times (-3) \times a \times b \times b \times c$

   $= -6 \times a \times b^2 \times c$

   $= -6ab^2c$

   b. $[24a^2b^3 (c - d)^3] : [-6ab (d - c)^2] =$

   $$\frac{-26a^2b^3(c-d)^3}{-6ab(d-c)^2}$$

   $$= \frac{-26}{-6} \times \frac{a^2}{a} \times \frac{b^2}{b} \times \frac{(c-d)^3}{[-(c-d)]^2}$$

$= -4 \times a \times b^2 \times (c - d)$

$= -4ab^2(c - d)$

Dalam praktek kita sering menjumpai bentuk-bentuk aljabar yang agak rumit, seperti $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$, ataupun $(a + b)(p + q + r)$. Berikut ini akan kita uraikan bentuk-bentuk aljabar di atas satu per satu.

Bentuk I : $(a + b)^2$

Bentuk diatas dapat dijabarkan sebagai berikut :

$(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$

$= a \times (a + b) + b \times (a + b)$

$= (a \times a) + (a \times b) + (b \times a) + (b \times b)$

= a2 + ab + ab + b2

$= a^2 + 2ab + b^2$

Kesimpulan : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Bentuk II: $(a - b)^2$

Bentuk diatas dapat dijabarkan sebagai berikut :

$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$

$= a \times (a - b) + b \times (a - b)$

$= (a \times a) - (a \times b) - (b \times a) - (b \times b)$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

Kesimpulan : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Bentuk III: $(a + b)(a - b)$

Bentuk diatas dapat dipaparkan sebagai berikutn:

$(a + b) \times (a – b) = a \times (a – b) + b \times (a – b)$

$= (a \times a) – (a \times b) + (b \times a) - (b \times b)$

$= a2 – ab + ab – b2$

$= a^2 – b^2$

Kesimpulan : $(a + b) \times (a – b) = a^2 – b^2$

Bentuk IV: $(a + b) (p + q + r)$

Penjabaran bentuk diatas dapat dupaparkan sebagai berikut :

$(a + b)(p + q + r)= a \times (p + q+ r) + b \times (p + q + r)$

$= (a \times p) + (a \times q) + (a \times r) + (b \times p) + (b \times q) + (b \times r)$

$= ap + aq + ar + bp + bq + br$

Kesimpulan : $(a + b) (p + q + r) = ap + aq + ar + bp + bq + br$

4. Substitisi bentuk aljabar

Nilai suatu bentuk aljabar dapat ditentukan dengan cara menyubstitusikan sebarang bilangan pada variabel-variabel bentuk aljabar tersebut

Contoh

Dengan melakukan substitusi hitunglah

a. Jika m = 3, tentukan nilai dari 5 – 2m.

b. Jika x = –4 dan y = 3, tentukan nilai dari 2x2 – xy + 3y2.

Pembahasan

a. Substitusi nilai m = 3 pada 5 – 2m, maka diperoleh

$$\begin{aligned} 5 - 2m &= 5 - 2(3) \\ &= 5 - 6 \\ &= -1 \end{aligned}$$

b. Substitusi x = –4 dan y = 3, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} 2x^2 - xy + 3y^2 &= 2(-4)^2 - (-4)\,(3) + 3(3)^2 \\ &= 2(16) - (-12) + 3(9) \\ &= 32 + 12 + 27 \\ &= 71 \end{aligned}$$

5. Pecahan Bentuk Aljabar

Di bagian depan kita telah mempelajari mengenai bentuk aljabar beserta operasi hitungnya. Pada bagian ini kalian akan mempelajari tentang pecahan bentuk aljabar, yaitu pecahan yang pembilang, atau penyebut, atau kedua-duanya memuat bentuk aljabar.

Misalnya a/2,4/p ,3a/7bc,(m+3)/n dan x^2/(x+y)

a. Menyederhanakan Pecahan Bentuk Aljabar

Suatu pecahan bentuk aljabar dikatakan paling sederhana apabila pembilang dan penyebutnya tidak mempunyai faktor persekutuan kecuali 1, dan penyebutnya tidak sama dengan nol. Untuk menyederhanakan pecahan bentuk aljabar dapat dilakukan dengan cara membagi pembilang dan penyebut pecahan tersebut dengan FPB dari keduanya

Contoh

Sederhanakan pecahan bentuk aljabar berikut, jika $x, y \neq 0$.

a. $\frac{3x}{6x^2y}$ b. $\frac{4x^2yz^3}{2xy^2}$

Pembahasan

a. FPB dari 3x dan $6x^2y$ adalah $3x$, sehingga

$$\frac{3x}{6x^2y} : \frac{3x}{3x} = \frac{1}{2xy}$$

Jadi, bentuk sederhana dari $\frac{3x}{6x^2y}$ adalah $\frac{1}{2xy}$

b. FPB dari $4x^2yz^3$ dan $2xy^2$ adalah $2xy$, sehingga

$$\frac{4x^2yz^3}{2xy^2} : \frac{2xy}{2xy} = \frac{2xz^3}{y}$$

Jadi bentuk sederhana dari $\frac{4x^2yz^3}{2xy^2}$ adalah $\frac{2xz^3}{y}$

b. Operasi Hitung Pecahan Aljabar dengan Penyebut Suku Tunggal

1) Penjumlahan dan pengurangan

Pada bab sebelumnya, kalian telah mengetahui bahwa hasil operasi penjumlahan dan pengurangan pada pecahan diperoleh dengan cara menyamakan penyebutnya, kemudian menjumlahkan atau mengurangkan pembilangnya. Kalian pasti juga masih ingat bahwa untuk menyamakan penyebut kedua pecahan, tentukan KPK dari penyebut-penyebutnya. Dengan cara yang sama, hal itu juga berlaku pada operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk pecahan aljabar. Perhatikan contoh berikut.

Contoh

Sederhanakan penjumlahan atau pengurangan pecahan aljabar berikut.

a. $\frac{1}{2p} + \frac{5}{3q}$ b. $\frac{m+2}{m} - \frac{n-1}{n}$

Pembahasan

a. $\frac{1}{2p} + \frac{5}{3q}$

$$= \frac{1 \times 3q}{2p \times 3q} + \frac{5 \times 2p}{3q \times 2p}$$

$$= \frac{3q}{6pq} + \frac{10p}{6pq}$$

$$= \frac{3q + 10p}{6pq}$$

b. $\frac{m+2}{m} - \frac{n-1}{n}$

$$= \frac{n(m+2)}{m \times n} - \frac{m(n-1)}{n \times m}$$

$$= \frac{mn + 2n}{mn} - \frac{(mn - m)}{mn}$$

$$= \frac{mn - mn + 2n + m}{mn}$$

$$= \frac{2n + m}{mn}$$

2) Perkalian dan pembagian

Ingat kembali bentuk perkalian bilangan pecahan yang dapat dinyatakan sebagai berikut.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$; untuk *b, d* ≠ 0

Hal ini juga berlaku untuk perkalian pada pecahan aljabar.

Kalian pasti masih ingat bahwa pembagian merupakan invers (operasi kebalikan) dari operasi perkalian. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa membagi dengan suatu pecahan sama artinya dengan mengalikan terhadap kebalikan pecahan tersebut.

$$a : \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b} \text{ untuk } b \neq 0, c \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc} \text{ untuk } b \neq 0, c \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} \text{ untuk } \neq 0, c \neq 0$$

Contoh

Tentukan hasil perkalian dan pembagian pecahan bentuk aljabar berikut.

a. $\frac{4}{3a} \times \frac{ab}{2}$ b. $\frac{4p}{3q} : \frac{2q}{9p}$

Pembahasan

a. $\left(\frac{3x}{2}\right)^3 = \frac{3x}{2} \times \frac{3x}{2} \times \frac{3x}{2} = \frac{27x^3}{8}$

b. $\left(\frac{5p+3}{2}\right)^2 = \frac{5p+3}{2} \times \frac{5p+3}{2}$

$$= \frac{(5p+3)(5p+3)}{2}$$

$$= \frac{25p^2 + 15p + 15p + 9}{2}$$

$$= \frac{25p^2 + 30p + 9}{2}$$

Latihan

1. Gunakan sifat distributif untuk menyatakan bentuk aljabar berikut ini sebagau jumlah atau selisih.
   a. $3(x + y) = ...$
   b. $-(y - z) = ...$
2. Jumlahkan !
   a. $10a + 3a$
   b. $-2x^2 + 5x^2 - 7x^2$
3. Jumlahkan secara menurun !
   a. $\begin{array}{r} 4a + 3b \\ \underline{-2a - 3b} \; + \\ .... \end{array}$
   b. $\begin{array}{r} a - b + c \\ \underline{a - b + c} \; + \\ .... \end{array}$
4. jika A = $a + 3b$, B = $2a - 3b + c$, dan C = $5a + 2b - 4c$. tentukan :
   a. A + B + C   b. 2[(- B + 2C) – A]

5. Tentukan bentuk yang paling sederhana dari bentuk-bentuk berikut ini.

   a. $4(a + 3) + 2(3a - 1)$ b. $3(3x - 4y) + 2(2x + y)$

6. Tulislah dalam bentuk yang paling sederhana.

   a. $2 \times 4p$ b. $5pqr \times 6pr^2$

7. Sederhanakan bentuk-bentuk berikut ini.

   a. $(x + 5) \times (x - 5)$ b. $(5a + 5) \times (7b - 7)$

8. Bila A = $x - 2$, B = $-2x + 1$, dan C = $3x + 4$, tentukanlah:

   a. A + B – C c. A × C

9. Sustitusikan $a = 4$ untuk menghitung nilai dari :

   a. $a + 3$ b. $2a^2 : 4$

10. Jika $a = 2$, $b = -3$, c = 0, $p = 5$ dan $q = -7$, hitunglah nilai dari:

    a. $abcpq$ b. $(p - q)^2 - a^2b$

11. Jika $a = -3$, $b = 2$, dan $c = -5$, hitunglah nilai dari:

    a. $(-10a + 10b + 10c) \times (c - a + b)$

    b. b. $(3a^2b + 2ab - 3a^2c) \times (a^2 + c - b^2)$

12. Bila $m = 1{,}6$ dan $n = 3{,}8$ hitunglah nilai dari masing-masing bentuk aljabar berikut ini.

    a. $5m + n$

    b. b. $2m^2 - 3n + 1$

    c. c. $(2m^2 - 4n) : (2m - 1)$

13. Tiga tahun yang lalu jumlah umur seorang ayah beserta anak kembarnya diketahui 35 tahun. Jika pada saat itu umur ayahnya 29 tahun, berapa tahunkah umur anak kembarnya sekarang?
14. Fulla membeli 15 ekor ayam dengan harga Rp 15.000,00/ ekor. Kemudian dijual dengan keuntungan Rp 2.000,00/ ekor. Berapa harga penjualan seluruh ayam?
15. Diketahui luas persegi panjang ABCD adalah 50 cm2 dan panjangnya adalah dua kali dari lebarnya. Hitunglah keliling persegi panjang ABCD itu?

16. Diana ingin membeli sebuah pisau pemotong kertas dan sebuah gunting lipat. Harga pisau itu Rp 1.500,00 lebih mahal dibandingkan harga sebuah gunting lipat. Apabila untuk membeli 4 buah gunting lipat dan 2 pisau diperlukan Rp 18.000,00 tentukan harga sebuah gunting lipat dan sebuah pisau ?

BAGIAN 3
PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN SATU VARIABEL

A. PERSAMAAN SATU VARIABEL

Untuk mempermudah kita memahami dan mempelajari persamaan linear satu variabel, maka sebaiknya kita terlebih dahulu memahami pengertian kalimat pernyataan dan kalimat terbuka.

1. Kalimat Pernyataan

   Pada matapelajaranbahasa Indonesia tentu kita sudah mempelajari tentang jenis- jenis kalimat, seperti : kalimat tanya, kalimat berita, dan kalimat perintah.

   Kalimat pernyataan adalah kalimat yang dapat diketahui nilai kebenarannya.

   Contoh

   a. Banyak pemain sepak bola dalam satu tim ada 11 orang
   b. Mata uang negara Inggris adalah Dollar
   c. Balok merupakan bangun ruang
   d. 13 adalah bilangan prima
   e. -8 < 3
   f. $\frac{3}{4} + \frac{6}{7} = \frac{9}{11}$

g. Bilangan genap dikalikan dengan bilangan ganjil hasilnya adalah bilangan genap

2. Kalimat Terbuka

Kalimat terbuka adalah kalimat yang memuat variabel dan tidak bisa ditentukan nilai kebenarannya. Kalimat tersebut akan bernilai salah atau benar manakala variabelnya diganti.

Contoh

Perhatikan kalimat ” 9 dikurangi suatu bilangan hasilnya adalah 5 ”

Apakah anda dapat menentukan kalimat itu benar atau salah ?

Kita tidak dapat menentukan apakah kalimat itu benar atau salah, karena *”suatu bilangan ”* pada kalimat itu belum diketahui nilainya. Benar atau salahnya bergantung pada berapakah *” suatu bilangan ”* itu. Jika *” suatu bilangan”* diganti dengan 4, maka kalimat itu menjadi ” 9 dikurangi 4 hasilnya 5 ”, kalimat ini adalah kalimat yang benar. Jika *” suatu bilangan”* diganti dengan 2, maka kalimat itu menjadi ” 9 dikurangi 2 hasilnya 5 ”, kalimat ini adalah kalimat yang salah. Kalimat yang belum bisa ditentukan benar atau salahnya dinamakan kalimat terbuka*. ” suatu bilangan ”* pada kalimat di atas belum diketahui nilainya. Dalam matematika, sesuatu yang belum diketahui nilainya dinamakan variabel atau peubah. Biasanya disimbolkan dengan huruf kecil x, y, a, n atau bentuk yang lain. *”9 dikurangi suatu bilangan hasilnya adalah 5”*. Jika suatu bilangan diganti dengan x, maka kalimat itu dapat ditulis dalam simbol matematika 9 – x = 5.

3. Pengertian Persamaan Linear Satu Variabel

Perhatikan kalimat terbuka a – 3 = 7.

Kalimat terbuka tersebut dihubungkan oleh tanda sama dengan (=). Selanjutnya, kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama dengan (=) disebut persamaan.

Bentuk umum dari persamaan linier satu variabel adalah ax = b

Persamaan dengan satu variabel berpangkat satu disebut persamaan linier satu variabel.

Jika a pada persamaan a – 3 =7 diganti dengan a = 10 maka persamaan tersebut bernilai benar. Adapun jika a diganti bilangan selain 10 maka persamaan a – 3 = 7 bernilai salah. Dalam hal ini, nilai a = 10 disebut penyelesaian dari persamaan linier a – 3 = 7. Selanjutnya, himpunan penyelesaian dari persamaan linier a – 3 = 7 adalah {10}.

Contoh

Sherly membeli pensil sebanyak 20 buah.

a. Sesampai dirumah, adiknya meminta beberapa pensil, ternyata pensilnya sisa 17 buah, berapa pensil yang diminta adiknya ?
b. Jika Sherly membutuhkan 8 pensil, dan sisanya dibagikan rata kepada keempat adiknya. Berapa pensil yang diterima oleh masing- masing adiknya ?

Penyelesaian

a. Jika banyak pensil yang diminta oleh adik Sherly dimisalkan x buah, maka diperoleh kalimat : $20 - x = 17$

   Manakah variabel atau peubah pada kalimat itu ?

   - Ada berapa variabelnya ?
   - Apakah $20 - x = 17$ merupakan kalimat terbuka ?
   - Pada kalimat $20 - x = 17$ mengunakan tanda hubung " = "
   - Pada kalimat $20 - x = 17$ pangkat tertinggi dari variabelnya adalah satu.

   Kalimat terbuka yang menggunakan tanda hubung " = " disebut persamaan. Jika pangkat tertinggi dari variabel suatu persamaan adalah satu maka persamaan itu disebut persamaan linear. Persamaan linear yang hanya memuat satu variabel disebut persamaan linear satu variabel (PLSV). Jadi 20 – x = 17 merupakan salah satu contoh PLSV

b. Jika banyak pensil yang diperoleh masing-masing adik Sherly dimisalkan n, maka diperoleh persamaan 8 + 4n = 20

   - Jika n diganti dengan 5, maka kalimat itu menjadi : 8 + 4(5) = 20 dan bernilai salah
   - Jika n diganti dengan 3, maka kalimat itu menjadi : 8 + 4(3) = 20 dan bernilai benar

   Pengganti n supaya 8 + 4n = 20 menjadi benar adalah 3.

   Pengganti dari variabel (peubah) sehingga persaman menjadi benar disebut Penyelesaian persamaan, sedangkan himpunan yang memuat semua penyelesaian disebut himpunan penyelesaian.

4. Menentukan Penyelesaian Persamaan Linier Satu Variabel

Menyelesaikan persamaan, sama artinya dengan menentukan pengganti variabel sehingga persamaan menjadi bernilai benar. Untuk menentukan penyelesaian persamaan yang setara, yaitu kedua ruas ditambah, dikurangi, dikalikan, atau dibagi dengan bilangan yang sama.

Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian persamaan berikut dengan peubah pada himpunan bilangan bulat.

1. 4x + 9 = 3x + 7

   4x + 9 – 9 = 3x + 7 – 9 (Tiap ruas dikurangi 9)

   4x = 3x – 2

   4x – 3x = 3x – 3x – 2 (Tiap ruas dikurangi 3x)

   x = - 2

   HP = {-2}

2. 3c + 9 = 6c – 6

   3c + 9 – 9 = 6c – 6 – 9 (Tiap ruas dikurangi 9)

   3c = 6c – 15

   3c – 6c = 6c – 6c – 15(Tiap ruas dikurangi 6c)

   -3c = -15

   $\frac{-3c}{-3} = \frac{-15}{-3}$ (Tiap ruas dibagi – 3)

   C = 5

   HP = {5}

Latihan

1. Tentukan yang merupakan persamaan linier satu variabel dan berikan alasan nya.
    a. x + y + z = 20
    b. $3x^2 + 2x - 5 = 0$
    c. x + 9 =12
    d. 3a – 6 = 7 + a
    e. 2x + y = 1
    f. 3x = 1
    g. 3xy + 2 = 5
    h. $\frac{1}{3}(2y - 8) = 4$
2. Tentukan himpunan penyelesaian dibawah ini.
    a. 9 – 3r = 6
    b. q + 7 = 12
    c. 7a = 3a + 8
    d. 2x + 9 = 3x + 11
    e. 2a – 1 = 3a – 5
    f. 1 = 9 + x
    g. 4 + p = 3
    h. 2 – z = z – 3

B. PERTIDAKSAMAAN SATU VARIABEL

Dalam kehidupan sehari-hari, tentu kalian pernah mendengar kalimat-kalimat seperti berikut.

- Berat badan Nadiya lebih dari 50 kg.
- Salah satu syarat menjadi anggota Polri adalah tinggi badannya tidak kurang dari 165 cm.
- Sebuah bus sekolah dapat mengangkut tidak lebih dari 35 orang.

1. Pengertian ketidaksamaan

   Tanda tidak sama dengan di notasikan dengan $\neq$, dimana tanda ini memiliki arti : $<$, $>$, $\leq$, atau $\geq$

   Pertidaksamaan yang memuat satu variabel dan pangkat variabelnya adalah satu disebut pertidaksamaan linier satu variabel.

   Contoh

   a. 3 kurang dari 7 ditulis $3 < 7$
   b. 12 lebih dari 4 ditulis $12 > 4$
   c. x tidak lebih dari 5 ditulis $x \leq 5$
   d. tiga kali y tidak kurang dari 18 ditulis $3y \geq 18$

2. Penyelesaian Pertidaksamaan Linier Satu Variabel

   Pengganti variabel dari suatu pertidaksamaan, sehingga menjadi pernyataan yang benar disebut penyelesaian dari pertidaksamaan linear satu variabel.

Contoh

Periksalah nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $4x - 2 > 3x + 5$

$4x - 2 > 3x + 5$

$4x - 2 + 2 > 3x + 5 + 2$ (Tiap ruas ditambah 2)

$4x < 3x + 7$

$4x - 3x < 3x + 7 - 3x$ (Tiap ruas dikurangi 3x)

$x < 7$

Karena nilai x yang memenuhi adalah lebih dari 7, maka himpunan penyelesaian dari $4x - 2 > 3x + 5$ adalah {1,2,3,4,5,6}

Latihan

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan linier satu variabel berikut, jika variabel pada himpunan tersebut bilangan bulat.

a. $2(x - 3) < 4(x - 2)$
b. $-2 \leq x + 3 \leq 5$
c. $4(y - 5) < 2(4 - 3y) + 2$
d. $7y > 5y + 4$
e. $4x - 2 < 2x + 5$

BAGIAN 4
ARITMETIKA SOSIAL

Pada pembahasan pelajaran matematika SMP kelas 7 ini adalah tentang aritmetika sosial. Apa yang dimaksud dengan aritmetika sosial? Apakah memang pelajaran ini sangat berguna untuk kehidupan sehari-hari? Ya, tentu saja pelajaran matematika yang satu ini sangatlah berguna untuk kehidupan sehari—hari dan sangat menyenangkan.

Aritmetika sosial adalah salah satu materi matematika yang mempelajari operasi dasar suatu bilangan yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.

Dalam aritmetika sosial akan dijumpai beberapa hal, antara lain:

a. Untung
b. Rugi
c. Harga pembelian
d. Harga penjualan

Nilai Keseluruhan dan Nilai Per-Unit

Nilai per unit adalah harga satuan dari suatu barang. Nilai perunit dapat kita hitung dengan rumus:

Nilai keseluruhan adalah harga dari seluruh barang. Nilai keseluruhan dan Nilai Sebagian dapat kita hitung dengan rumus:

Nilai keseluruhan = Banyaknya unit × Nilai perunit

Nilai Sebagian = Banyak sebagian unit × Nilai perunit

Contoh

Budi membeli satu lusin pensil. Ia membayar dengan 3 lembar uang sepuluh ribuan dan mendapat uang kembalian sebesar Rp3.000,00.

a. tentukan harga pembelian seluruhnya;
b. tentukan harga pembelian tiap pensil;
c. jika Budi hanya membeli 8 buah pensil, berapakah ia harus membayar?

Penyelesaian

a. Misalkan harga pembelian = HB, maka

   HB = 3 x Rp 10.000,00 – Rp 3.000,00

   HB = Rp 30.000,00 – Rp 3.000,00

   HB = Rp27.000,00

   Jadi, harga pembelian seluruhnya adalah Rp27.000,00.

b. Harga untuk satu pensil

   = Rp 27.000,00./12

   = Rp 2.250,00

   Jadi, harga tiap pensil itu adalah Rp 2.250,00.

c. Harga untuk 8 pensil

= 8 x Rp 2.250,00

= Rp 18.000,00

Jadi, harga untuk 8 pensil adalah Rp 18.000,00.

A. HARGA PEMBELIAN, HARGA PENJUALAN, UNTUNG, DAN RUGI

Dalam dunia jual beli, tentunya yang namanya laba (untung) dan rugi adalah sebuah hal yang sangat wajar. Laba dan rugi ini bergantung pada harga pembelian dan penjualan. Lalu, bagaimanakan seorang penjual mengerti apakah dagangannya mengalami laba atau rugi?

Jadi, suatu perdagangan menghasilkan laba jika harga penjualan lebih dari harga pembelian. Dan, suatu perdagangan mengalami kerugian jika harga penjualan kurang dari harga pembelian. Dapat diketahui dengan cara:

Laba = Harga jual – Harga beli

Rugi = Harga beli – Harga jual

Contoh

Muktasim membeli tas sekolah dengan harga Rp75.000,00. Ia memperbaiki tas nya yang berlubang ke penjahit itu dengan biaya Rp15.000,00. Kemudian tasnya dijual lagi dengan harga Rp100.000,00. Berapakah laba yang diperoleh Muktasim?

Pembahasan

Diketahui

Harga pembelian = Rp. 75.000

Biaya perbaikan = Rp. 15.000

Harga penjualan = Rp. 100.000

Ditanyakan

Keuntungan atau laba =…..?

Laba = penjualan – pembelian

Laba = Rp100.000,00 – Rp90.000,00 = Rp10.000,00

Jadi, Muktasim memperoleh laba Rp10.000,00.

1. Persentase keuntungan dan kerugian

   Persentase keuntungan dan kerugian dapat dihitung dengan cara

   Selisih dari harga penjualan atau pembelian dibagi dengan harga penjualan dan pembelian dikalikan denga 100%

   Contoh 1

   Bapak Dadang membeli sepeda road bike bekas seharga Rp. 4.000.000,-. Satu minggu berikutnya sepeda road bike tersebut dijual kembali dengan harga Rp. 4.250.000.

Maka, hitunglah persentase keuntungan yang diperoleh Bapak Dadang dari hasil menjual sepeda road bike nya!

Pembahasan

Diketahui:

Harga Beli (HB) = Rp. 4.000.000,-

Harga Jual (HJ) = Rp. 4.200.000,-

Ditanyakan Persentase Keuntungan (PU)…?

U = HJ – HB

U = Rp. 4.200.000 – Rp. 4.000.000,-

U = Rp. 200.000

Besar keuntungan Bapak Dadang yaitu Rp. 200.000, sehingga persentase keuntungannya adalah:

PU = (U x 100%) : HB

PU = (200.000 x 100%) : 4.000.000

PU = 20.000.000 : 4.000.000 = 5%

Sehingga, persentase keuntungan yang diperoleh Bapak Dadang dari hasil menjual sepeda road bike nya adalah sebesar 5%.

Persentase Kerugian

Menghitung persentase kerugian adalah untuk mengetahui kerugian dari sebuah penjualan pada nilai modal yang sudah dikeluarkan.

Rumus untuk mencari persentase kerugian adalah:

PR = (R x 100%) : HB

Keterangan:

PR : Persentase Rugi

R : Rugi

HB : Harga Beli

Contoh 2

Pak Hadi membeli sebuah motor bekas seharga Rp. 40.000.000,-. Satu tahun berikutnya motor tersebut dijual kembali seharga Rp. 36.000.000,-.

Hitunglah persentase kerugian Pak Hadi dari hasil penjualan motor tersebut!

Pembahasan

Diketahui:

Harga Beli (HB) = Rp. 40.000.000,-

Harga Jual (HJ) = Rp. 36.000.000,-

Ditanyakan Persentase Kerugian (PR)…?

Penyelesaian:

R = HB – HJ

R = Rp. 40.000.000 – Rp. 36.000.000,-

R = Rp. 4.000.000

Besar kerugian Pak Hadi yaitu Rp. 4.000.000, sehingga persentase kerugiannya adalah:

PR = (R x 100%) : HB

PR = (4.000.000 x 100%) : 40.000.000

PU = 400.000.000 : 40.000.000 = 10%

Sehingga persentase kerugian dari Pak Hadi dari hasil menjual motornya adalah sebesar 10%.

2. Menghitung Harga Pembelian dan Penjualan

Jika kamu ingin memulai usaha, entah itu menjual apapun seperti katakanlah kamu ingin membuka usaha jual beli laptop. Terkadang kamu membeli laptop dari tempat yang Anda percayakan dan menjualnya pada toko Anda,begitupun juga sebaliknya. Dari kegiatan jual beli tersebut, kamu mungkin tidak selamanya mengalami keuntungan, ada juga saatnya menerima kerugian.

Seperti katakanlah ada orang yang menjual laptopnya kepada kamu, dan kamu membelinya dengan harga 1 juta, kemudian bisa jadi entah kenapa harga pasaran dari laptop tersebut turun dan mengakibatkan kamu mengalami kerugian karena mau tidak mau, harga yang kamu patok adalah harga pasaran yang saat itu beredar, katakanlah harga yang awalnya 1 juta harus turun di angka 800 ribu.

Prinsip ekonomi itu sederhana, modal yang sekecil-kecilnya dan mendapatkan untung yang sebesar-besarnya.

Untuk mengehtahui apakah kamu mendaptkan keuntungan atau malah rugi pada bisnismu, hitung-hitungan mengenai harga pembelian dan harga penjualan sangatlah penting.

a. Harga Pembelian

   Penjual dikatakan rugi jika harga penjualan lebih rendah dari harga pembelian. Jika mengalami kerugian:

   Harga Pembelian = Harga Penjualan + Rugi

   Penjual dikatakan untung jika harga penjualan lebih tinggi dari harga pembelian. Jika mendapatkan keuntungan:

   Harga Pembelian = Harga Penjualan – Untung

b. Harga Penjualan

   Penjualan bisa dikatakan mendapatkan keuntungan, untuk perhitungan harga penjualan adalah sebagai berikut:

   Harga Pembelian = Harga Penjualan – Untung

   Penjualan juga tidak selamanya untung, ada juga kerugian. Untuk menghitungnya adalah sebagai berikut:

Harga Penjualan = Harga Pembelian – Rugi

Contoh 1

Sebuah toko alat tulis menjual 40 crayon dengan memperoleh hasil penjualan Rp 280.000,00. Ternyata toko tersebut mengalami kerugian Rp 30.000,00. Berapa harga pembelian tiap barang tersebut?

Penyelesaian

Diketahui:

Harga jual = Rp 280.000,00

Rugi = Rp 30.000,00

Harga Pembelian = Harga Penjualan + Rugi

Harga pembelian = Rp 280.000,00 + Rp 30.000,00 = Rp 310.000,00

Harga pembelian tiap barang = Rp 310.000,00 : 40 = Rp 7.750,00

Contoh 2

Harga pembelian suatu barang adalah Rp 75.000,00. Setelah dijual kembali ternyata mendapat keuntungan Rp 15.000,00. Tentukan harga penjualan barang tersebut!

Penyelesaian soal

Diketahui:

Harga beli = Rp 75.000,00

Untung = Rp 15.000,00

Harga Penjualan = Harga Pembelian + Untung

Harga penjualan = Rp 75.000,00 + Rp 15.000,00

= Rp 90.000,00

B. RABAT (DISKON), BRUTO, TARA, DAN NETTO

Pernahkah kamu berbelanja di supermarket dan menemukan ada sebuah promosi berupa diskon? Biasanya, diskon (rabat) ini berbentuk persen. Istilah rabat mungkin jarang sekali kamu ketahui. Jadi, untuk potongan harga yang bisa disebut rabat adalah istilah diskon yang ada pada barang grosiran, agen, dan pengecer pada konsumen.

Cara menghitung besarnya diskon yang diberikan adalah dengan menggunakan persamaan berikut ini:

Diskon = Harga Pembelian x % Diskon

Sedangkan cara menghitung uang yang harus dibayarkan jika mendapat diskon adalah dengan menggunakan persamaan berikut:

Uang dibayarkan = Harga Pembelian – Diskon

Atau boleh juga menggunakan persamaan berikut:

Uang yang dibayarkan = Harga Pembelian – (Harga Pembelian x % Diskon)

Contoh

Sapto membeli satu lusin pensil warna di supermarket. Dalam pensil warna tersebut tersebut tertera harga pensil warna tersebut Rp. 36.000,00. Tetapi setelah membayarnya di kasir, Sapto hanya membayar Rp. 32.400,00. Berapa % Sapto mendapat potongan harga (diskon)?

Penyelesaian

Diketahui

Harga beli = Rp. 36.000

Uang dibayarkan = Rp. 32.400

Ditanyakan: % diskon= ..?

Terlebih dahulu kita cari berapa harga diskon yang diberikan oleh supermarket:

Diskon = Harga Pembelian – Uang yang dibayarkan

Diskon = Rp. 36.000 – Rp. 32.400

Diskon = Rp. 3.600

Langkah selanjutnya adalah mencari berapa % diskon yang diberikan oleh supermarket tersebut

% Diskon = (Diskon / Harga Pembelian) x 100%

% Diskon = (Rp. 3.600 / Rp. 36.000) x 100%

% Diskon = 0,1 x 100%

% Diskon = 10%

Jadi, Sapto dalam membeli satu lusin pensil warna tersebut mendapat diskon sebesar 10 %

Bruto, Tara, dan Neto

Misalnya pak Iwan menerima kiriman beras dari pasar induk sebanyak 10 karung. Pada tiap karung beras tersebut tertera tulisan netto 100 kg. Setelah dilakukan penimbangan ternyata massa beras beserta karungnya 102 kg. Lho kok bisa bertambah massa beras tersebut? Apakah terjadi kesalahan dalam menimbang beras tersebut?

Ternyata tidak, massa beras beserta karungnya merupakan massa kotor atau bruto, sedangkan massa beras tanpa karungnya merupakan massa bersih atau netto, dan massa karung itu sendiri merupakan tara. Jadi kalau dituliskan dalam rumus:

Bruto = Netto + Tara

Rabat

Rabat adalah tipe tunjangan yang diberikan kepada pelanggan atas barang yang dibeli sebagai pengurang harga katalog dan kepada penilai untuk pembayaran pajak atau kepada penyewa untuk pembayaran sewa untuk jumlah yang dibayarkan lebih berasal dari jumlah yang wajib dibayar.

Bruto adalah berat kotor, yaitu berat suatu barang beserta dengan tempatnya. Jadi, jika kamu terkadang memakan snack dengan tulisan berat 50 gram, maka itu adalah bruto.

Netto adalah berat bersih, yaitu berat suatu barang setelah dikurangi dengan tempatnya.

Tara adalah potongan berat, yaitu berat tempat suatu barang.

C. BUNGA TABUNGAN (BUNGA BANK)

Ini adalah salah satu yang mungkin sekali kamu akan temui jika kamu membuat sebuah kartu debit pada bank. Suku bunga kredit merupakan harga tertentu yang harus dibayarkan nasabah kepada bank sebagai balas jasa atas utang yang diperoleh. Sementara, suku bunga tabungan adalah jumlah tertentu yang dibayarkan oleh bank kepada nasabah sebagai balas jasa atas simpanan yang dilakukannya.

Bentuk persen dalam kehidupan sehari-hari sering dipakai untuk menyelesaikan persoalan matematika yang berhubungan dengan koperasi dan tabungan. Berikut ini akan kita bahas kedua permasalahan tersebut.

1. Bunga tabungan adalah bunga tunggal.
2. Bunga dihitung secara harian (menganut sistem rekening koran)
3. Satu bulan dihitung 30 hari dan 1 tahun 360 hari.

Rumus untuk menghitung bunga adalah sebagai berikut.

Bunga

$$= \frac{\text{banyaknya hari menabung}}{\text{banyaknya hari dalam satu tahun}} \text{x} \frac{\text{persen bunga}}{100} \text{x modal}$$

$$\text{B} = \frac{\text{H x P x M}}{360\ x\ 100}$$

Dimana

H = Banyaknya hari menabung

P = Persentase bung bank

M = Modal

Contoh

Pak Nyoto menyimpan uang di Bank sebesar Rp. 2.000.000 dengan suku bunga 15% menganut bunga tunggal. Tentukan besar bunga yang diperoleh pak Nyoto pada:

a. Akhir bulan pertama
b. Akhir tahun kelima

Pembahasan

Diketahui :

M = Rp. 2.000.000 dan P = 15, maka diperoleh :

a. Bunga pada akhir bulan pertama (H = 30 = 1 bulan) = B1 , yaitu

$$\text{B}_1 = \frac{30 \text{ x } 15 \text{ x } 2.000.000}{360\ x\ 100} = \frac{5}{4} x\ 20.000$$

$$= Rp. 25.000$$

b. Bunga pada akhir tahun kelima (H= 5 x 360 = 60 bulan) = B60, yaitu :

$$\mathrm{B}_{60} = \frac{5\text{x}360 \text{ x } 15 \text{ x } 2.000.000}{360\ x\ 100} = 75\ x\ 20.000$$

$$= Rp.1.500.000$$

Latihan

1. Harga 2 lusin buku tulis adalah Rp. 72.000. Audi membeli buku itu dengan uang selembar Rp. 120.000. Berapa banyak buku yang ia peroleh dan berapa besar uang kembaliannya?
2. . Suatu barang dibeli dengan harga Rp. 27.500. kemudian barang itu dijual lagi. Tentukan kerugian yang diderita pedagang itu apabila barang tersebut dijual dengan harga Rp. 20.500?
3. Tentukan nilai:
   a. 10% dari 40
   b. 25% dari 100
4. Sebuah lemari dibeli dengan harga Rp. 350.000. Lima bulan kemudian lemari itu dijual. Tentukan harga jualnya, apabila:
   a. Penjual memperoleh keuntungan 15%
   b. Penjual mederita kerugian 25%

5. Ibu mempunyai uang sebesar Rp. 200.000. Ani mendapat 20% dari uang ibu. Berapa uang yang diterima Ani?
6. Chandra menabungkan uangnya selama 8 bulan dengan suku bunga 18% setahun. Apabila besar tabungan Chandra Rp. 5.000.000, berapa besar bunganya?
7. Pak Aman meminjam uang sebesar Rp. 2.000.000 selama tiga tahun dengan suku bunga tunggal. Berapa uang yang harus dibayar Pak Aman setelah 3 tahun untuk melunasi pinjamannya?

BAGIAN 5
PERBANDINGAN

Untuk mengetahui letak suatu tempat, kota, gunung, sungai dan lain sebagainya pada suatu wilayah, tidak mungkin kita dapat melihat secara keseluruhan dalam keadaan yang sebenarnya. Untuk memdapatkan gambaran tentang hal tersebut, dibuatlah suatu gambar yang mewakili keadaan sebenarnya. Agar gambar dengan keadaan sebenarnya memiliki bentuk yang sesuai, maka gambar itu dibuat dengan perbandingan tertentu yang disebut skala. Gambar-gambar yang dibuat dengan menggunakan skala tertentu sehingga mewakili keadaan sebenarnya di antaranya adalah peta dan denah

A. SKALA

Skala adalah bentuk perbandingan yang ditulis 1:p, dengan p suatu bilangan asli. Skala biasanya banyak digunakan pada peta dan denah.

1. Gambar Berskala

   Dalam pelajaran IPS (geografi) sering kamu diminta untuk menentukan letak suatu pulau, sungai, kota dan gunung pada suatu wilayah tertentu. Kalian tidak mungkin melihat keseluruhan dari hal tersebut. Untuk itu dibuatlah suatu gambar (atlas/peta) yang *mewakili* keadaan sebenarnya. Gambar itu dibuat sesuai dengan keadaan sebenarnya, dengan *perbandingan (skala)* tertentu.

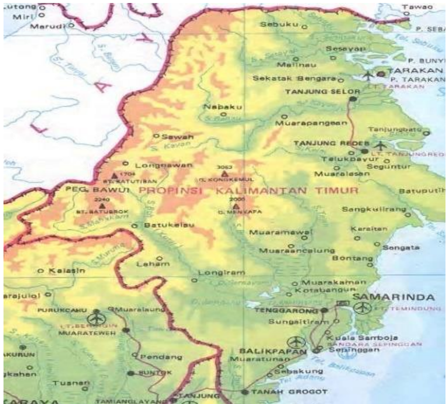
Coba perhatikan seorang pemborong yang akan membangun gedung sekolah, tentu pemborong tersebut membuat dulu gambar berskala yang disebut *maket*. Gedung dan maketnya mempunyai bentuk yang sama tetapi ukurannya berbeda.

Kamu juga akan melakukan hal yang sama jika membuat *denah* ruangan yang ada di sekolahmu. Ruangan dan denah yang kamu buat mempunyai bentuk yang sama tetapi ukurannya berbeda. Maket dan denah dibuat sesuai dengan keadaan sebenarnya dengan perbandingan (skala) tertentu.

Gambar pada halaman berikut merupakan peta propinsi Kalimantan Timur dibuat dengan skala 1 : 6.000.000. Artinya 1 cm pada gambar mewakili 6.000.000 cm pada keadaan sebenarnya. Dalam hal ini skala adalah perbandingan antara jarak pada peta dengan jarak sebenarnya, atau 6.000.000 cm pada keadaan sebenarnya digambar dalam peta 1 cm.

$$\text{Skala} = \frac{jarak\ pada\ peta}{jarak\ sebenarnya}$$

Peta Propinsi Kalimantan Timur



Skala 1 : 6.000.000

Contoh 1

Sekarang kamu perhatikan peta propinsi Kalimantan Timur tadi. Berapakah jarak antara kota Samarinda dan Balikpapan ? Jawab :

Pada peta, ukurlah dengan menggunakan penggaris, jarak antara kota Balikpapan dan Samarinda.

Jarak dalam peta = 2,5 cm

Skala 1 : 6.000.000, itu artinya 1 cm di peta mewakili 6.000.000 cm pada keadaan aslinya.

Jarak sebenarnya = 2,5 x 6.000.000 = 15.000.000

Jadi jarak Balikpapan dengan Samarinda adalah 15.000.000 cm = 150 km (ingat 1 km = 100.000 cm)

Contoh 2

Jarak kota Samarinda dan Tarakan di propinsi Kaltim adalah 672 km. Tentukan jarak kedua kota tersebut pada peta berskala 1 : 6.000.000.

Pembahasan

Skala 1 : 6.000.000

Jarak kedua kota = 672 km

= 67.200.000 cm

Misal jarak dalam peta adalah *x* cm, maka:

$$skala = \frac{jarak\ pada\ peta\ skala}{jarak\ sebenarnya} \leftrightarrow \frac{1}{6.000.000} = \frac{x}{67.200.000}$$

6.000.000x = 67.200.000

x = $\frac{67.200.000}{6.000.000}$

x = $\frac{672}{60}$

x = 11,2

Jadi jarak Samarinda dan Tarakan dalam peta adalah 11,2 cm.

Contoh 3

Jarak antara Samarinda dan Sangkulirang dalam suatu peta adalah 6 cm. Jarak sebenarnya kedua kota itu adalah 180 km. Tentukan skala peta tersebut!

Pembahasan

Jarak pada peta = 6 cm

Jarak sebenarnya = 180 km = 18.000.000 cm

$$skala = \frac{jarak\ pada\ peta\ skala}{jarak\ sebenarnya} = \frac{6}{18.000.000} = \frac{1}{3.000.000}$$

Jadi skala peta itu adalah 1 : 3.000.000.

Latihan

Dengan menggunakan peta Propinsi Kalimantan Timur, tentukan jarak pada peta dan jarak sesungguhnya kota di bawah ini dari Samarinda.

a. Tanjung Redeb
b. Tanjung Selor
c. Sengata
d. Bontang
e. Muaramawa

2. Foto dan Model Berskala

Pernahkah kamu berfoto? Coba kalian cetakkan ke studio foto dengan ukuran 2 x 3 dan 4 x 6. Foto ukuran 2 x 3 mempunyai bentuk yang sama dengan foto ukuran 4 ´ 6 dengan semua bagian *diperbesar/diperkecil* dengan *perbandingan yang sama.* Jadi bagian-bagian yang *bersesuaian* dari kedua foto mempunyai perbandingan yang sama.

Perbandingan yang sama dimana tinggi pintu dan jendela rumah pada suatu maket.

$$\frac{panjang\ pada\ model}{panjang\ sebenarnya} = \frac{lebar\ pada\ model}{lebar\ sebenarnya} = \frac{tinggi\ pada\ model}{tinggi\ sebenarnya}$$

Contoh 1

Untuk membuat pesawat terbang atau mobil dibuat terlebih dahulu *model* pesawat terbang atau mobil itu. Bagian-bagian dari pesawat terbang atau mobil mempunyai perbandingan yang sama dengan bagian-bagian yang bersesuaian dari pesawat terbang atau mobil.

Demikian juga dalam membuat pusat pertokoan atau perkantoran sering juga dibuat *model* atau *maket.* Panjang maket dengan panjang sebenarnya, lebar maket dengan lebar sebenarnya, tinggi maket dan tinggi sebenarnya mempunyai

berturut-turut 8 cm dan 4 cm. Tinggi jendela sebenarnya 1 m.

Berapakah tinggi pintu sebenarnya?

Jawab :

Tinggi pintu model dalam maket = 8 cm

Tinggi jendela model dalam maket = 4 cm Tinggi jendela sebenarnya = 1 m = 100 cm

Misal tinggi pintu sebenarnya =x cm, maka;

$$\frac{tinggi\ pintu\ pada\ maket}{tinggi\ pintu\ sebenarnya} = \frac{tinggi\ \ jendela\ pada\ maket}{tinggi\ \ jendela\ sebenarnya}$$

$\frac{8}{x}= \frac{4}{100}$

4x= 800

$x = \frac{800}{4}$

x = 200cm

jadi, tinggi pintu sebenarnya adalah 200cm.

Contoh 2

Ukuran foto I adalah 4 x 6 dan foto II adalah 2 x 3. Berapakah perbandingan ukuran foto II ke foto I?

Jawab:

$\frac{lebar\ foto\ II}{lebar\ foto\ I} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ dan $\frac{panjang\ foto\ II}{panjang\ foto\ I} \leftrightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Foto II dapat diperoleh dari foto I dengan mengecilkan $\frac{1}{2}$ kalinya, demikian sebaliknya foto I dapat diperoleh dari foto II dengan membesarkan $\frac{1}{2}$ kalinya.

Pada proses di atas, jika Foto II diperoleh dari Foto I maka *faktor pengecilannya* adalah . Sedangkan jika Foto I diperoleh dari Foto II, maka *faktor pembesarannya* adalah

Latihan

1. Gambar di bawah merupakan peta propinsi Kalimantan Tengah. Dengan menggunakan penggaris carilah jarak pada peta dan jarak sebenarnya dari kota Palangkaraya ke kota Pangkalanbun, Muarateweh, Buntok, Sampit dan Kualakapuas, kemudian tulislah dalam tabel berikut.

Kota		Jarak dalam peta dari Palangkaraya	Jarak sebenarnya dari Palangkaraya
1.	Pangkalanbun	………………	……………
2.	Muarateweh	………………	……………
3.	Buntok	………………	……………
4.	Sampit	………………	……………
5.	Kualakapuas	………………	……………

2. ukuran 18 m x 9 m. Jarak garis serang dan garis tengah adalah 3 m. Gambarlah denahlapangan bola voli tersebut dengan skala 1 cm mewakili 2 m. Berapakah jarak garis serang dan garis tengah pada denah ?
3. Denah ruang kelas berbentuk persegipanjang dibuat dengan skala 1 : 100. Jika ukuran kelas 8

m x 9 m, gambarlah denah tersebut dan hitunglah ukuran dari denah itu.

4. Sebuah almari berukuran tinggi 200 cm, panjang 100 cm dan lebar 60 cm. Jika dibuat model almari dengan tinggi 20 cm, carilah panjang dan lebar model almari tersebut.
5. Sebuah foto uang ribuan panjangnya 9 cm dan lebarnya 4 ,1 cm. Jika lebar sebenarnya uang ribuan adalah 6,5 cm, hitunglah panjang uang ribuan.
6. Sebuah gedung tampak pada layar TV dengan tinggi 10 cm dan lebar 8 cm. Jika lebar sebenarnya 42 m, maka berapakah tinggi sebenarnya?
7. Lapangan sepak bola berukuran 75 m x 110 m. Jarak titik pinalti dengan gawang 11 m

   a. Gambarlah denah lapangan sepakbola dengan skala 1 : 1000

   b. Tentukan jarak titik pinalti dengan gawang pada denah yang kamu buat.
8. Sepetak ladang berbentuk persegi dengan ukuran 20 m x 20 m. Dibuat denah sawah itu sehingga ukurannya 5 cm ´ 5 cm. Tentukan

   a. besar skalanya.

b. perbandingan luas denah dan luas sebenarnya.

9. Model. Sebuah pesawat terbang dalam gambar panjang badannya 7,2 cm dan panjang bentangan sayapnya 5,4 cm. Hitunglah panjang badan pesawat sebenarnya, jika panjang bentangan sayap sebenarnya 50 m.
10. Model. Panjang dan tinggi sebuah mobil berturut-turut 4,4 m dan 1,1 m. Model mobil itu dibuat dengan tinggi 2 cm. Tentukan panjang model mobil itu!

B. PERBANDINGAN SENILAI DAN BERBALIK NILAI

1. Perbandingan Senilai (Seharga)

Harga sebuah pisang goring adalah Rp 500,00. Jika Ali membeli 2 buah pisang , berapa rupiah yang harus dibayar Ali? Berapa rupiah yang harus dibayar jika Ali ingin membeli 5 buah pisang goring?

Banyak pisang goreng	Harga yang harus dibayar
1 2 5 8 … …	Rp 500,00 Rp … Rp … Rp … Rp 3.000,00 Rp 4.500,00

Jika pisang goreng yang akan dibeli nail memnjadi n kali lipat semakin banyak, bagaimana dengan harga yang harus dibayar? Berapa perbandingan harga 2 pisang goreng dengan harga 5 pisang goreng? Berapa perbandingan harga 8 pisang goreng dengan harga 5 pisang goreng? Berapa perbandingan banyak pisang goreng yang berharga Rp5.000,00 dengan banyak pisang goreng yang berharga Rp4.500,00 ?

Apa yang dapat disimpulkan dari perbandingan banyak pisang goreng dengan perbandingan harga yang harus dibayar?. Permasalahan di atas merupakan perbandingan senilai (perbandingan seharga). Dapatkah kita merumuskan ciri khas suatu perbandingan senilai?

Soal 1

Di toko Bu Ina terdapat gula dalam kemasan 2 kg seharga Rp9.400,00 dan kemasan 5 kg seharga Rp22.750,00. Kemasan mana yang lebih murah?

Langkah-langkah apa saja yang kamu lakukan untuk menyelesaikan persoalan di atas?

Dua orang siswa dapat membawa 15 buah buku. Berapa buah buku yang dapat dibawa 8 orang siswa?

Pembahasan

Apakah soal di atas merupakan perbandingan senilai? Mengapa?

Perhatikan penyelesaian beberapa siswa berikut.

Penyelesaian Aulia:

Banyak siswa	Banyak buku
2	15
4	30
8	60

Rasio banyak siswa adalah $\frac{2}{8}$ atau $\frac{1}{4}$. Rasio banyak buku adalah $\frac{15}{x}$

Karena persoalan di atas perbandingan senilai maka:

$\frac{1}{4} = \frac{15}{x}$

Nilai *x* dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut.

$\frac{1}{4} = \frac{15}{x}$

x = 4 x 15

x = 60

Jadi banyak buku yang dapat dibawa 8 siswa adalah 60 buah.

Latihan

1. Tentukan nilai satuan dari :
   a. 3 liter minyak seharga Rp16.950, 00

b. selusin telur seharga Rp5.100,00

c. 94 km ditempuh dalam 4 jam

2. Harga 3 buah tomat adalah Rp 500,00.

   a. Jika kamu punya iang Rp 1.500,00 berapa banyak buah tomat yang dapat kamu beli?

   b. Berapa uang yang harus kamu bayar jika kamu perlu 21 tomat?

3. Untuk lebaran ibu akan membuatkan baju Levi dan Dani. Untuk membuat baju Levi dibutuhkan kain sepanjang 91 cm. jika perbandingan ukuran Levi dan Dani adalah 7 : 4 berapa panjang kain yang diperlukan untuk Dani?

4. Dalam seminggu RCTI menyiarkan pertandingan sepakbola secara langsung sebanyak 2 kali. Berapa kalikah RCTI menyiarkan langsung pertandingan sepakbola dalam setahun? (1 tahun = 52 minggu)?

5. Semenjak bekerja, Bibi berlangganan 4 majalah setiap bulan. Berapa banyak majalah yang dimiliki Bibi jika sampai sekarang dia sudah bekerja selama 52 bulan?

2. Perbandingan Berbalik Nilai

Lia akan berulang tahun. Lia mempunyai 12 kue donat, yang akan dibagi sama banyaknya pada anak yang diundangnya.

Jika Lia mengundang 2 anak, berapa kue donat yang dapat diperoleh masing-masing anak? Jika Lia mengundang 3 anak berapa kue donat yang dapat diperoleh masing-masing anak?

Lengkapilah tabel berikut:

Jika banyak anak naik menjadi n kali lipat, bagaimana untuk banyak kue donat setiap anak? Jika banyak anak 2 : 3 bagaimana dengan perbandingan banyak anak dengan banyak

Jika perbandingan banyak anak 3 : 4 bagaimana dengan perbandingan banyak kue donat untuk tiap anak?

Banyak anak	Banyak kue untuk setiap anak
2	…
3	…
4	…
…	2
…	1

Jika perbandingan banyak kue donat untuk tiap anak $\frac{1}{2}$, bagaimana dengan perbandingan banyak anak? Apa yang dapat kamu simpulkan dari perbandingan banyak anak dengan perbandingan banyak kue donat untuk tiap anak?. Permasalahan di atas dinamakan perbandingan berbalik nilai (berbalik harga).

Soal 1

Waktu yang dibutuhkan untuk membaca 300 kata adalah 1 menit. Untuk membaca 1 buah buku cerita ialah membutuhkan waktu 4 jam. Andi mempunyai kecepatan membaca 400 kata per menit, berupa waktu yang dibutuhkan Andi untuk membaca cerita yang sama?

Pembahasan

300 kata = 4 jam

400 kata = x

Maka

300/400 = x/4

x = 4 . 300/400

x = 3

Jadi, untuk membaca cerita yang sama Andi membutuhkan waktu 3 jam.

Latihan

1. Wawan harus membawa air dengan timba ukuran 2 liter sebanyak 24 kali untuk memenuhi bak mandi. Jika Wawan ingin membawa air hanya 16 kali bagaimana dengan ukuran timba yang diperlukan? Jika ukuran timba yang diperlukan adalah x liter, tulislah kalimat matematika untuk persoalan Wawan. Tentukan besarnya x.
2. Toto membuka tabungannya. Jika harga sebuah buku Rp1.300,00 maka Toto dapat membeli 12 buah dengan semua uangnya. Jika harga sebuah pulpen Rp1.950,00 bagaimana dengan banyak pulpen yang dapat dibeli Toto dengan semua uangnya dibandingkan dengan banyak buku yang dapat dibeli Toto dengan semua uangnya? Jika banyak pulpen yang dapat dibeli Toto adalah x buah, tulislah kalimat matematika untuk persoalan Toto. Tentukan besarnya x .
3. Sawah Pak Imam selesai dicangkul oleh 15 orang pekerja dalam waktu 6 hari. Jika hanya terdapat 9 orang pekerja berapa hari sawah Pak Imam selesai dicangkul?

4. Suatu persegi panjang berukuran panjang 24 cm dan lebar 18 cm. Jika ukuran panjangnya dibuat 20 cm berapa ukuran lebar seharusnya supaya luas persegi panjang tersebut tetap.
5. Eni dapat membeli 5 buah pisang goreng dengan seluruh uang sakunya. Tetapi untuk membeli es sirop, ia hanya mendapat 3 gelas dengan seluruh uang sakunya. Jika harga sebuah pisang goreng Rp300,00 tentukan harga segelas es sirop.
6 Sebuah rak buku dapat memuat 36 buah buku yang tebalnya 8 milimeter. Berapa buah buku yang dapat ditaruh di rak tersebut jika tiap buku tebalnya 12 milimeter?
7. Sebuah kapal dapat dibuat oleh 45 orang selama 24 hari. Jika ada pesanan kapal harus selesai dalam waktu 18 hari berapa orang pekerja yang diperlukan?
8. Sebuah truk dapat mengangkut beras sebanyak 364 karung. Satu karung beras beratnya 50 kg. Jika satu karung gula beratnya 40 kg, berapa karung gula yang dapat diangkut oleh truk tersebut?

BAGIAN 6
HIMPUNAN

Penguasaan konsep dan ruang lingkup materi tentang himpunan sangat penting karena semua cabang-cabang matematika bertumpu pada konsep dasar dan teori himpunan. Penguasaan konsep dan teori himpunan yang memadai akan bermanfaat bagi seorang guru atau calon guru, khususnya guru Anak Usia Dini; karena pengetahuan tentang himpunan tersebut akan juga disampaikan kepada anak didiknya sebagai dasar pemahaman matematika anak.

Hasil studi mendalam para ahli matematika mutakhir menyimpulkan bahwa semua cabang-cabang matematika bertumpu pada konsep dasar dan teori tentang himpunan. Teori himpunan bukan saja digunakan dalam penjelasan bilangan-bilangan, namun juga sangat penting untuk menyelesaikan persamaan, interpretasi grafik, teori kemungkinan dan statistika. Selain itu, konsep himpunan juga menunjang penjelasan konsep-konsep geometri, baik geometri bidang, maupun geometri ruang.

Apakah sesungguhnya himpunan itu? Secara umum himpunan dapat diartikan sebagai kumpulan objek yang didefinisikan dengan jelas dan dapat dibeda-bedakan. Jadi himpunan adalah sebuah koleksi dari objek-objek yang terdefinisi dengan baik (well defined). Terdefinisi dengan baik artinya bahwa untuk sebarang objek X yang diberikan maka kita selalu dapat menentukan apakah objek X itu termasuk dalam sebuah himpunan tertentu atau tidak. Mengapa perlu jelas pendefinisiannya? Maksudnya adalah agar orang dapat menentukan apakah suatu benda merupakan anggota himpunan yang dimaksudkan atau bukan. Selanjutnya objek-objek yang termasuk ke dalam sebuah himpunan disebut sebagai elemen atau unsur atau anggota dari himpunan itu.

A. ANGGOTA HIMPUNAN

Setiap benda/objek yang termasuk dalam suatu himpunan disebut anggota/unsur/elemen himpunan tersebut. Untuk menyatakan suatu objek merupakan anggota himpunan, ditulis dengan lambang "$\in$" sedangkan untuk menyatakan suatu objek bukan, anggota himpunan ditulis dengan lambang "$\notin$"

Misalkan H adalah himpunan huruf-huruf pada kata "MERDEKA" maka H adalah himpunan yang anggota-anggotanya terdiri atas huruf-huruf M, E, R, D, E, K dan A. Huruf M, E, R, D, E, K dan A termasuk anggota himpunan H, ditulis M $\in$ H, E $\in$ H, R $\in$ H, dan E $\in$ H, K $\in$ H dan A $\in$

H sedangkan L bukan anggota H atau ditulis L $\in$ H. Banyaknya anggota himpunan H adalah 6 buah, yaitu M, E, R, D, E, K dan A ditulis n(H) = 6.

Himpunan dengan banyak anggota berhingga disebut himpunan hingga, sedangkan himpunan dengan banyak anggota tidak berhingga disebut himpunan tidak berhingga. Misalnya, A adalah himpunan bilangan asli, maka anggota-anggota adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan seterusnya yang tidak pernah berakhir. Banyak anggota himpunan A adalah tidak berhingga, ditulis n(A) = tidak berhingga.

B. MENYATAKAN SUATU HIMPUNAN

Ada beberapa cara menyatakan himpunan, di antaranya dengan tabulasi atau mendaftar (The Roster Method), dengan Notasi pembentuk himpunan (*The Rule Method*), dan dengan menyebutkan syarat keanggotaannya. Cara-cara menyatakan himpunan tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut.

a. Tabulasi (The roster method)

Metode ini mengharuskan kita untuk menyebutkan/mendaftarkan anggota-anggota himpunan satu demi satu, dan dalam penulisan tiap-tiap anggota dipisahkan oleh tanda koma (,).

Contoh

1 Himpunan A adalah himpunan bilangan asli yang kurang dari 7 maka ditulis: A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

2 Himpunan B adalah himpunan huruf-huruf vokal maka ditulis: B = { a, i, u, e, o }. 3) Himpunan C adalah himpunan lima buah alat transportasi darat maka ditulis: C = {delman, becak, motor, mobil, kereta api}.

b. Dengan notasi pembentukan himpunan (*The rule method*)

Anggota himpunan dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan (*set builder*). Dalam cara ini anggota himpunan yang akan ditulis dinyatakan dengan variabel (pengganti, peubah), yang diikuti dengan tanda garis kemudian dilanjutkan dengan menyebutkan sifat-sifat atau ciri-ciri unsur himpunan. Untuk memperjelas cara ini, kita perhatikan contoh di bawah ini

Contoh

1 A = {x │ x alat musik tiup} Maka dibaca: himpunan A adalah himpunan x sedemikian hingga x adalah alat musik tiup.

2 B = {y │ warna lampu lalu lintas} Maka dibaca: himpunan B adalah himpunan y di mana y adalah warna lampu lalu lintas.

3 C = {x │ x adalah bilangan bulat genap dan 0 < x < 10} Maka dibaca: himpunan C adalah himpunan x sedemikian hingga x adalah bilangan bulat genap yang berada di antara 0 dan 10. 4) D = {x │ x adalah lima huruf pertama abjad latin} Maka dibaca: himpunan D adalah himpunan x sedemikian hingga x adalah huruf pertama abjad latin.

c. Dengan menyebutkan syarat keanggotaannya Dalam menyatakan himpunan dapat disajikan dengan cara deskripsi, yaitu menyatakan himpunan dengan kata-kata; yaitu dengan menyebutkan syarat keanggotaannya.

Contoh

1 Himpunan A adalah himpunan warna-warna yang ada dalam lagu ’Balonku Ada Lima’.

2 Himpunan B adalah himpunan empat huruf pertama dalam urutan abjad latin.

3 Himpunan C adalah himpunan-himpunan warna lalu-lintas.

4. Himpunan D adalah himpunan siswa TK Salman Al-Farisi Kelompok A.

C. MACAM-MACAM HIMPUNAN

1 Himpunan Kosong

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki atau tidak mempunyai anggota. Himpunan kosong dilambangkan atau dinotasikan dengan Φ atau { }. Perlu diperhatikan antara himpunan kosong dengan himpunan yang tidak tepat (bukan himpunan). Sering kali yang bukan himpunan dianggap sebagai himpunan kosong. Untuk itu kita harus benarbenar memperhatikan syarat-syarat keanggotaannya. Bila anggotanya benarbenar tidak ada, maka kumpulan itu termasuk himpunan kosong. Sebaliknya bila anggotanya tidak jelas, dalam arti tidak dapat dibedakan apakah suatu objek termasuk anggotanya atau tidak, maka kumpulan tersebut bukanlah himpunan. Perhatikan contoh himpunan kosong di bawah ini:

a. Himpunan A adalah himpunan mahasiswa PGTK UT yang berusia 6 tahun.
b. Himpunan B adalah himpunan bilangan asli yang lebih kecil dari 1.

c. Himpunan C adalah himpunan hari yang berawalan “H”.
d. Himpunan D adalah himpunan bilangan ganjil yang habis di bagi 2.

Hati-hati dengan angka nol (0) sebab nol (0) bukanlah himpunan kosong tetapi merupakan anggota dari himpunan yang bernilai nol (0). Seperti pada himpunan 5 bilangan cacah pertama, maka bilangan nol adalah salah satu anggota himpunan bilangan tersebut.

2 Himpunan Semesta (Universum)

Himpunan semesta adalah suatu himpunan yang memuat seluruh benda atau semua objek yang sedang dibicarakan, atau himpunan yang menjadi objek pembicaraan. Himpunan semesta sering disebut semesta pembicaraan atau set universum, dilambangkan dengan S atau U.

Contoh

a. Himpunan anak TK Nugraha yang memakai jepit rambut. Maka himpunan semestanya adalah himpunan semua anak TK Nugraha.
b. Himpunan nama-nama hari yang dimulai dengan huruf S. Maka himpunan semestanya adalah himpunan nama-nama hari.

c. Misalkan A = {2, 3, 5, 7}. Himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan tersebut adalah S = {bilangan prima}. Himpunan bilangan prima bukanlah satu-satunya himpunan semesta bagi A akan tetapi masih banyak himpunan lain yang dapat dianggap sebagai himpunan semestanya. Misalnya himpunan bilangan asli, himpunan bilangan cacah, himpunan bilangan bulat, dan sebagainya.

d. Misalkan B = {merah, kuning, hijau}. Maka himpunan semesta yang mungkin di antaranya adalah S = {warna-warna lampu lalu lintas} atau S = {warna-warna pelangi} dan sebagainya.

3 Himpunan Hingga

Himpunan hingga yang sering disebut finite set merupakan himpunan yang jumlah anggotanya terhingga, artinya anggotanya dapat dihitung.

Contoh

a. A = {x | x bilangan asli < 10}

Jika ditulis dalam bentuk tabulasi maka A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Banyaknya anggota terhingga dari himpunan A (dapat dihitung), yakni 9 (sembilan).

b. B adalah himpunan warna-warna pelangi. Ini adalah contoh himpunan terhingga, karena jumlah anggotanya bisa dihitung, yakni 7 (merah, jingga, kuning, hijau, biru, nila, ungu).

4 Himpunan Tak Hingga

Himpunan tak hingga yang sering disebut infinite set merupakan himpunan yang jumlah anggotanya tak terhingga. Himpunan yang mempunyai anggota sangat banyak, sehingga tak mungkin kita tulis secara terperinci, dapat ditulis dengan cara tabulasi menggunakan tanda "…" (tiga titik), dibaca 'seterusnya'. Tanda ini dimaksudkan untuk menyatakan bahwa ada beberapa anggota yang tidak kita tuliskan.

Contoh

Misalkan B = {x | x bilangan asli >15} maka B dapat ditulis dengan B = {16, 17, 18,…} Dibaca himpunan B adalah himpunan bilangan 16, 17, 18 dan seterusnya. Himpunan C adalah himpunan tema pembelajaran yang dapat digunakan di TK atau PAUD.

5 Himpunan Ekuivalen

Dua buah himpunan atau lebih disebut ekuivalen satu sama lain, bila banyaknya anggota himpunan–himpunan tersebut sama. Dengan kata lain, dua himpunan atau lebih disebut saling ekuivalen, bila antara setiap anggota himpunan yang satu mempunyai hubungan satu-satu dengan setiap anggota himpunan lainnya. Kita nyatakan himpunan A yang ekuivalen dengan himpunan B dalam notasi A ~ B. Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa A ~ B, bila n (A) = n (B) atau banyaknya anggota himpunan A sama dengan banyaknya anggota himpunan B. Untuk lebih jelasnya kita perhatikan contoh di bawah ini:

Contoh

1. A = {nama hari dalam seminggu yang diawali dengan huruf S} A = {senin, selasa, sabtu} n (A) = 3) B = { a, b, c } n (B) = 3 Maka, A ~ B, karena n (A) = n (B).
2. P = { 1, 2, 3, 4}, n (P) = 4 Q = { v, w, x, y}, n (Q) = 4 Maka, P ~ Q, karena n (P) = n (Q)

6 Himpunan Bagian Himpunan

A disebut himpunan bagian dari himpunan B, ditulis dengan lambang A ⊂ B, bila setiap anggota A termasuk anggota B. Dapat pula kita menulis B ⊃ A, hanya dibaca “ B sumber dari A”, “B mengandung A”, atau “B super himpunan dari A”. bila A tidak merupakan himpunan bagian dari B maka representasinya dinyatakan dengan $A \not\subset B$ atau $B \not\supset A$. Himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan B. Himpunan A dinamakan himpunan bagian murni (sejati) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A adalah anggota himpunan B, tetapi sekurang-kurangnya ada sebuah anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A. Dari penjelasan di atas kita dapat mengatakan bahwa himpunan A disebut himpunan bagian murni dari B, jika $A \subset B$ dan $A \neq B$. dalam beberapa buku istilah "A himpunan bagian dari B" sering dinyatakan dengan $A \subseteq B$, sedangkan "A himpunan bagian murni dari B" dinyatakan dengan $A \subset B$. Biasanya kita mempergunakan notasi $A \subset B$ dan kita tidak membedakan antara himpunan bagian dan himpunan bagian murni.

Perlu kita perhatikan dengan teliti bahwa dalam pengertian himpunan bagian ini terdapat hal yang menarik, yaitu setiap himpunan selalu mempunyai himpunan kosong dan himpunan yang sama persis dengan himpunan itu sendiri sebagai himpunan bagiannya, hal ini diakibatkan dari pengertian himpunan bagian itu sendiri. Banyaknya himpunan bagian yang mungkin dari himpunan A dapat diperoleh dengan rumus 2n(A)

Contoh

a. Jika A = { 1 }, maka himpunan bagian dari himpunan A adalah { }, {1}. Banyaknya himpunan bagian adalah 2. Dengan rumus diperoleh $2^{n(A)} = 2^1 = 2$.
b. Jika B = { a, b }, maka himpunan bagian dari himpunan B adalah { },{a}, {b}, {a, b}. Banyaknya himpunan bagian adalah 4. Dengan rumus diperoleh $2^{n(B)} = 2^2 = 4$.
c. Jika C = {piring, gelas, sendok}, maka himpunan bagian dari C adalah { }, {piring}, {gelas}, {sendok}, {piring, gelas}, {piring, sendok}, {gelas, sendok}, {piring, gelas, sendok}. Banyaknya himpunan bagian adalah 8. Dengan rumus diperoleh $2^{n(c)} = 2^3 = 8$

D. DIAGRAM VEEN

Diagram Venn adalah cara untuk menyatakan himpunan dengan gambar. Diagram ini diperkenalkan pertama kali oleh John Venn seorang ahli Matematika berkebangsaan Inggris pada tahun 1834–1923. Beliau mengemukakan suatu cara yang praktis untuk menggambarkan hubungan antara himpunan, dengan menggunakan kurva tertutup, misalnya lingkaran, ellips, garis lengkung sebarang atau segi banyak sebagai batas himpunan– himpunan tersebut. Bagaimanakah caranya? Terdapat dua bagian kunci untuk menyatakan diagram venn, yaitu semesta dan himpunan-himpunannya. Semesta (S) dinyatakan (digambarkan) dengan persegi panjang dan himpunan–himpunan lain yang dinyatakan dengan kurva tertutup yang terletak di dalam persegi panjang. Lebih jelasnya dapat dicontohkan sebagai berikut.

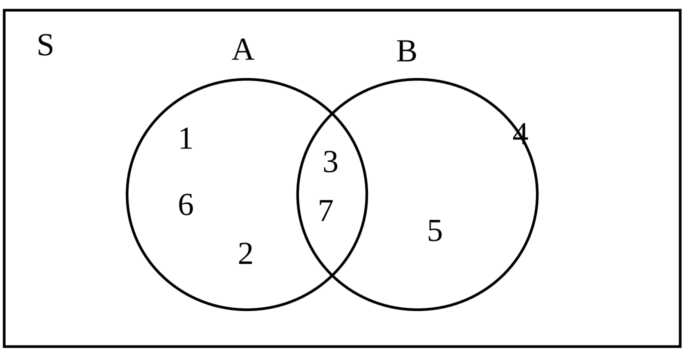
Contoh

Jika: S = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 }

A = { 1 , 2 , 3 , 6 , 7 }

B = { 3 , 4 , 5 , 7 }

Maka diagram venn-nya dapat disajikan sebagai berikut.



BAGIAN 7
SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL

A. Persamaan Linear Dua Variabel

Sebelum mempelajari Persamaan Dua Variabel tentunya kita sudah ingat tentang persamaan Linier Satu Variabel (PLSV). PLSV adalah persamaan yang memuat satu variabe ldan pangkat dari variabelnya adalah satu.

Nah sekarang coba kita ingat kembali bahwa persamaan garis lurus pada bidang cartesius dapat dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$ dengan a, b, c konstanta real dengan a, b 0 dan x, y adalah variabel pada himpunan bilangan real. Sekarang perhatikan persamaa $x + 4y = 8$, memiliki dua variabel yaiti x dan y serta masing-masing variabel berpangkat satu. Jadi kesimpulannya adalah Persamaan Linier Dua Variabel adalah suatu persamaan yang mempunyai dua variabel dan masing-masing variabel berpangkat satu, dan dapat dinyatakan dalam bentuk : $ax + by = c$ dengan a, b, c R, a, b 0 dan x, y suatu variabel.

Beberapa contoh PLDV :

1. $3x + 6y = 12$
2. $m = 2n – 8$

3. 5p – 3q + 30 = 0
4. $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 6$

Contoh

1. 3x + 6y = 12 variabelnya adalah x dan y koefisien dari x adalah 3, dan koefisien dari y adalah ....
2. 5p – 4q + 30 = 0 variabelnya adalah p dan q koefisien dari p adalah ...., dan koefisien dari q adalah ....
3. 3.m = 2n – 8 variabelnya adalah ..... dan ......koefisien dari ..... adalah ..... dan kefisien dari...... adalah ....

Pembahasan

Koefisien adalah angka yang terletak di belakang variabel,

1. 3x + 6y = 12 variabelnya adalah x dan y koefisien dari x adalah 3, dan koefisien dari y adalah 6
2. 5p – 4q + 30 = 0 variabelnya adalah p dan q koefisien dari p adalah 5, dan koefisien dari q adalah -4
3. m = 2n – 8 variabelnya adalah m dan n koefisien dari m adalah 1 dan kefisien dari 2 adalah 2

Latihan

Carilah variabel dan koefisien dari setiap variabelnya pada soal-soal dibawah ini!

1. 7p + 6u = 15

2. $4f - 9k + 30 = 0$

3. $8m + 8r = 16$

4. $2e - 4y - 8 = e$

5. $6g = 36 - 8h$

B. Menentukan Penyelesaian PLDV

Mari kita ingat kembali pengertian penyelesaian persamaan, yaitu pengganti dari variabel sehingga kalimat terbuka menjadi kalimat yang bernilai benar. Perhatiakan persamaan $x + y = 7$. Persamaan $x + y = 7$ masih merupakan kalimat terbuka , artinya belum mempunyai nilai kebenaran. Jika x diganti bilangan 2, maka nilai y yang memenuhi adalah 5, karena pasangan bilangan (2,5) memenuhi persamaan tersebut, maka persamaaan $x + y = 7$ menjadi kalimat yang benar. Dalam hal ini dikatakan bahwa (2,5) merupakan salah satu penyelesaian dari persamaan $x + y = 7$.

Untuk mencari nilai x dan y yang memenuhi persamaan $x + y = 7$ akan lebih mudah dengan membuat table seperti berikut :

X	0	1	2	3	4	5
Y	7	6	5	4	3	2
(x,y)	(0,7)	(1,6)	(2,5)	(3,4)	(4,3)	(5,2)

Jadi HP dari persamaan x + y = 7 adalah (0,7), (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2).

Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dan grafiknya dari persamaan y + 2x – 8 = 0, jika x, y ∈{ bilangan Real } atau x, y ∈ R.

Pembahasan

Persamaan y + 2x – 8 = 0

⇔ y + 2x = 8

Untuk x = 0, maka :	Untuk y = 0, maka :
y + 2.0 = 8	0 + 2x = 8
y = 8 – 2	2x = 8
y = 6	x = 4
(0, 6)	(4, 0)

Karena x, y ∈ R, maka pasangan x dan y yang merupakan penyelesaian ada tak terhingga. Grafik dari himpunan penyelesaiannya berupa garis lurus yang melalui titik (4, 0) dan (0, 8)

Latihan

1. Tentukan himpuna penyelesaian dan grafik dari persamaan berikut, untuk x, y ∈ $\{\, bilangan\ cacah \,\}$
   a. X + y = 3 c. 2x – 3y =12

b. $3x = -y + 9$ d. $5x – 4y + 15 = 0$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dan grafikya dari persamaan berikut, untuk x, y ∈ $\{ bilangan\ real \}$
   a. $X + 2y = 4$ d. $y = 2x + 4$
   b. $X – y = 5$ e. $\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y = 2$

C. Membuat Model Dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sistem pertidaksamaan linear yang telah dijelaskan sebelumnya dapat diterapkan pada permasalahan sehari-hari dengan memodelkan permasalahan tersebut ke dalam *model matematika.* Model matematika biasanya di gunakan untuk menyelesesaikan permasalahan yang ada dalam sekitar kita.

Contoh

Mari kita simak masalah harga pensil dan buku, yaitu Yanita membeli dua pensil

dan dua buku dengan harga Rp. 14.000,00, sedangkan Reza membeli satu pensil dan

tiga buku dengan harga Rp 17.000,00

jawab :

kita misalkan : harga sebuah pensil = x rupiah harga sebuah buku = y rupiah

diperoleh model matematika :

$2x + 2y = 14.000,00$

$Y + 3y = 17.000,00$

Kita selesaikan sistem persamaan diatas dengan mengeleminasi x

$$
\begin{array}{ll|lcl}
2x + 2y = 14.000,00 & & x\ 1 & \longrightarrow & 2x + 2y = 14.000 \\
X + 3y = 17.000,00 & & x\ 2 & \longrightarrow & \underline{2x + 6y = 34.000} \ - \\
 & & & & -4y = -24.000 \\
 & & & & y = 24.000
\end{array}
$$

substitusikan y = 5.000 ke $x + 3y = 17.000$

$$
\begin{aligned}
x + 3.5000 &= 17.000 \\
x + 15.000 &= 17.000 \\
x &= 2.000
\end{aligned}
$$

Jadi harga sebuah pensil adalah Rp. 2.000,00 dan harga sebuah buku adalah Rp. 5.000,00

Contoh 2

Uang Aprita Rp. 150.000,00 lebihnya dari uang Budi. Jika tiga kali uang Aprita ditambah dua kali uangnya Budi jumlahnya adalah Rp. 950.000,00. Tentukan besar masing- masing uang Aprita dan Budi !

Pembahasan

Misal : Besar uang Aprita = a rupiah

Besar uang Budi = b rupiah

Diperoleh model matematika :

$$a = b + 150.000$$
$$3a + 2b = 950.000$$

Kita selesaikan sistem persamaan di atas dengan subtistusi

$a = b + 150.000$ kita substitusikan pada $3a + 2b = 950.000$

$3(b + 150.000) + 2b = 950.000$

$3b + 450.000 + 2b = 950.000$

$5b = 500.000$

$b = 100.000$

Substitusikan $b = 100.000$ ke $a = b + 150.000$

$a = 100.000 + 150.000$

$a = 250.000$

Jadi, besar uang Aprita adalah Rp. 250.000,00 dan besar uang Budi adalah Rp.100.000,00

Contoh 3

Made mengendarai sepeda motor dari Denpasar ke Gilimanuk dengan kecepatan rata- rata 60 km/jam. Untuk menempuh jarak kedua tempat itu jika dikehendaki lebih cepat satu jam, maka kecepatan rata- ratanya diubah menjadi 80 km/jam. Misal jarak kedua tempat itu x km, dan waktu yang diperlukan t jam.

Tentukan :

a. Dua persamaan dalam x dan t
b. Jarak kedua tempat

Pembahasan

a. Dengan kecepatan rata- rata 60 km/ jam, maka :

   Jarak = kecepatan . waktu

   $x = 60t$

Dengan kecepatan rata- rata 80 km/ jam, maka :

Jarak = kecepatan . waktu

$x = 80 (t – 1)$

$\Leftrightarrow x = 80t – 80$

Ada dua persamaan, yaitu $x = 60t$ dan $x = 80t – 80$

b.Dari sistem persamaan di atas kita selesaikan dengan substitusi

$\Leftrightarrow \quad 60t = 80t – 80$

$\Leftrightarrow \quad 60t – 80t = -80$

$\Leftrightarrow \quad - 20t = -80$

$\Leftrightarrow \quad t = 4$

Latihah

1. Lia ingin membuat puding buah dan es buah. Untuk membuat puding buah, ia membutuhkan 3 kg mangga dan 2 kg melon. Sedangkan untuk membuat es buah, ia membutuhkan 1 kg mangga dan 4 kg melon. Lia

memiliki persediaan 11 kg mangga dan 14 kg melon. Buatlah model matematika dari persoalan ini!

2. Budi membeli 3 celana dan 5 baju dengan harga total Rp 350.000,- Sedangkan Andi yang hanya membeli 1 celana dan 1 baju harus membayar Rp 90.000,- Jika harga sebuah celana dan sebuah baju masing-masing x dan y, buatlah model matematika untuk persoalan tersebut!
3. Sandy dan Naksa sedang berlibur ke Palembang, mereka akan membeli oleh-oleh untuk teman-temannya di Lampung. Mereka akan membeli empek-empek asal Palembang dan krupuk khas Palembang. Sandy membeli 5 kotak empek-empek dan 7 bungkus kerupuk dengan harga total Rp 250.000. Sedangkan Naksa membeli 3 kotak empek-empek dan 5 bungkus kerupuk dengan harga total Rp 175.000. Buatlah model matematika dari soal tersebut!

D. Menyelesaikan Masalah Yang Berkaitan Dengan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Penyelesaian PLDV yang sudah kita bahas hanya terdiri satu persamaan saja. Perhatikan dua persamaan linier berikut : $x + y = 3$dan $2x - 3y = 1$. Dari kedua persamaan ini , kita harus menentukan pasangan pengganti x dan y , sehingga mengubah kedua persamaan menjadi kalimat yang benar. Berarti pengganti x dan y untuk persamaan $x + y = 3$, juga harus memenuhi persamaan $2x - 3y = 1$. Sehingga hanya ada satu penyelesaian dari kedua persamaan tersebut yang merupakan pasangan x dan y yang biasa ditulis dalampasangan berurutan (x,y).

Contoh

Mari kita coba menentukan penyelesaian dari sistem persamaan $x + y = 3$ dan

$2x - 3y = 1$

Pembahasan

Untuk $x = 1$ dan $y = 2$ atau ditulis (1,2) , maka:

$x + y = 3$	$2x - 3y = 1$
$1 + 2 = 3$ (Memenuhi)	$2.1 - 3.2 = -4$ (Tidak memenuhi)

Karena untuk $x = 1$ dan $y = 2$ atau (1,2) tidak memenuhi persamaan $2x - 3y = 1$,

maka (1,2) bukan penyelesaian sistem persamaan $x + y = 3$ dan $2x - 3y = 1$

Untuk $x = 2$ dan $y = 1$ atau (2,1) , maka :

$x + y = 3$	$2x - 3y = 1$
$2 + 1 = 3$ (Memenuhi)	$2.2 - 3.1 = 1$ (Memenuhi)

Karena untuk $x = 2$ dan $y = 1$ atau (2,1) memenuhi kedua persamaan , maka (2,1)
merupakan penyelesaian sistem persamaan $x + y = 3$ dan $2x - 3y = 1$

Latihan

1. Tentukan himpunan penyelesain dari sistem persamaan linier dengan cara subtitusi. $3x + y = 6$ dan $4x – 2y = 10$
2. Tentukan HP dari persamaan linear berikut dengan metode substitusi!

   $3x + 4y = 11$ … persamaan (1)

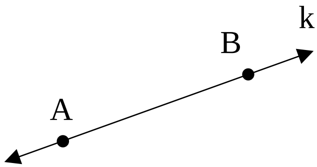
   $x + 7y = 15$ … persamaan (2)
3. Donny membeli 2 penggaris dan 2 buku dengan harga Rp. 14.000,00, sedangkan Darma membeli 1 penggaris dan 3 buku dengan harga Rp. 17.000,00. Berapa harga sebuah penggaris dan sebuah buku ?
4. Uang Agus Rp. 150.000,00 lebihnya dari uang Bambang. Jika tiga kali uang Agus ditambah dua kali uang Bambang jumlahnya Rp. 950.000,00. Tentukan besar masing-masing uang Agus dan uang Bambang !

5. Wawan membeli 2 kg mangga dan 1 kg apel dan ia harus membayar Rp. 150.000,00 sedangkan Risa membeli 1 kg mangga dan 2 kg apel dengan harga Rp. 18.000,00. Berapakah harga 5 kg mangga dan 3 kg apel ?
6. Marwan menggendarai sepeda motor dari Denpasar ke Gilimanuk dengan kecepatan rata-rata 60 km/jam. Untuk menempuh jarak kedua tempat itu jika dikehendaki lebih cepat satu jam, maka kecepatan rata-ratanya diubah menjadi 80 km/jam. Tentukan dua persamaan dalam soal tersebut dan tentukan jarak kedua tempat tersebut.
7. Harga 4 ekor kambing dan 2 ekor sapi adalah Rp. 8.000.000,00. Harga 1 kambing dan 3 ekor sapi adalah Rp. 8.250.000,00. Tentukan harga 5 ekor kambing dan seekor sapi !

BAGIAN 8
BANGUN DATAR

A. GARIS

Perhatikan gambar di bawah ini.



Pada gambar di atas terdapat dua titik yang dihubungkan dengan garis. Terdapat garis yang ujung-ujungnya terdapat anak panah, menandakan bahwa panjang garis adalah tak terbatas. Garis di atas melalui dua titik, yaitu titik A dan titik B. Pemberian nama garis dapat dilakukan dengan dua cara yaitu :

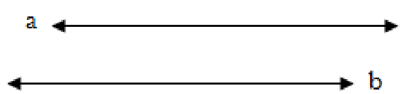
1. Memberi nama garis dengan menyebutkan dua titik yand dilalui garis tersebut. Misalnya pada gambar di atas titik A dan titik B merupakan dua titik yang dilalui garis, sehingga kita dapat menuliskannya sebagai garis AB, atau jika disimbolkan menjadi $\overleftrightarrow{AB}$.
2. Memberi nama garis dengan simbol huruf kecil (bukan huruf kapital).

Pada gambar di atas terdapat huruf *k* sebagai nama garis, sehingga kita dapat menyebutnya sebagai garis *k*. Lalu, apa yang di maksud dengan garis itu?

Sebenarnya titik, garis, dan bidang dalam geometri tidak memiliki definisi atau pengertian yang pasti (mutlak). Akan tetapi untuk memudahkan pemahaman mengenai hal tersebut, terdapat beberapa istilah tidak formal yang digunakan. Garis dapat didefinisikan sebagai kumpulan/himpunan titik-titik yang berjejer dan terhubung secara kontinu**.** Dalam garis tersebut terdapat pembelajaran mengenai kedudukan dua garis yang meliputi garis sejajar, garis berhimpit, garis berpotongan, dan garis bersilangan.

a. Garis Sejajar

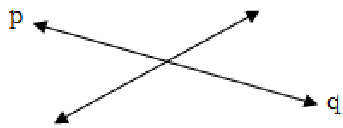
Dua buah garis memiliki posisi yang sejajar jika dalam satu bidang terdapat dua garis yang sama arahnya dan jika kedua garis tersebut diperpanjang maka tidak dapat berpotongan.



b. Garis Berpotongan

Kedudukan dua garis berpotongan termasuk dalam salah satu materi garis dan sudut Matematika.

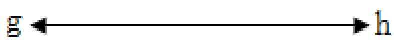
Dua buah garis memiliki kedudukan yang berpotongan jika keduanya memiliki titik persekutuan atau titik potong.



Garis p dan garis q saling berpotongan

c. Garis Berhimpit

Dua buah garis dapat berhimpit jika keduanya mempunyai paling sedikit dua titik potong. Misalnya jarum jam yang menunjukkan pukul 12 tepat. Maka akan terjadi himpitan antara kedua jarum jam tersebut.



g=h

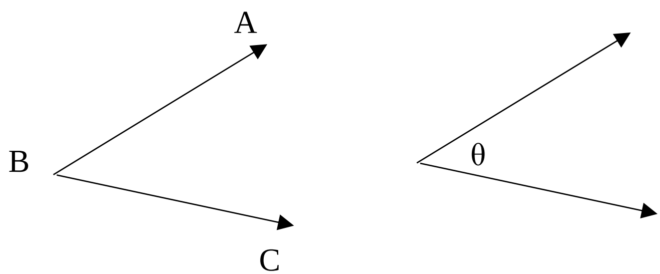
Garis *g* dan garis *h* berhimpit

d. Garis Bersilangan

Dua buah garis dapat saling bersilangan jika keduanya tidak terletak dalam bidang yang sama dan keduanya tidak sejajar. Banyak sekali penerapan garis dalam kehidupan sehari-hari. Bentuk-bentuk geometris banyak menerapkan konsep garis dalam pembuatannya. Selain itu, dalam mempelajari persamaan garis, dapat menerapkan konsep garis untuk membantu dalam visualisasi garis pada koordinat kartesius. Sketsa atau rancangan gambar yang dibuat banyak menerapkan/menggunakan garis, dan masih banyak penerapan garis yang lainnya.

B. SUDUT

Perhatikan gambar berikut:



Pada gambar di atas terdapat sudut dan tiga titik yaitu titik A, titik B, dan titik C. Pemberian nama sudut mengacu pada ketiga titik tersebut. Pemberian nama sudut ada dua cara yaitu:

1. Menyebutkan tiga titik pada sudut
2. Hanya menyebutkan huruf yang ada pada titik sudutnya

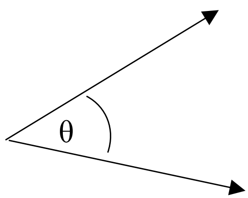
Misalnya pada gambar di atas, sudut di atas dapat kita beri nama dengan sudut ABC atau cukup dengan menyebutkan sudut B ($\angle ABC$ atau $\angle B$). Selain itu juga terdapat pemberian nama sudut dengan menggunakan symbol seperti alpha (α), beta (β), gamma (γ), tetha (θ), dan symbol lainnya.

Sudut adalah suatu objek geometri yang tersusun dari dua sinar garis dengan kedua pangkal sinar garis tersebut bertemu pada satu titik. Kedua sinar garis tersebut merupakan kaki-kaki sudut dan titik pertemuan kedua pangkal sinar garis merupakan titik sudut.

1. Jenis-jenis sudut

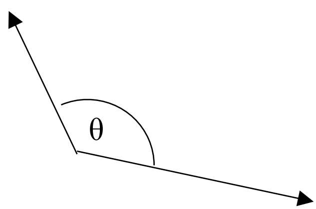
   a. Sudut lancip

      Perhatikan gambar berikut.



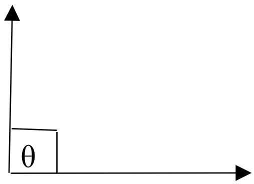
      Sudut lancip merupakan jenis sudut dengan ukuran sudut antara 0° – 90° (kurang dari 90°)

   b. Sudut tumpul



Sudut tumpul merupakan salah satu jenis sudut dengan ukuran sudut lebih dari 90° dan kurang dari 180°

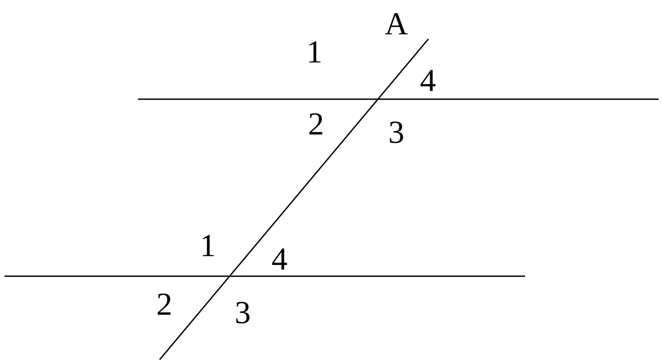
c. Sudut siku-siku



Pada gambar di atas terdapat sudut siku-siku. Sudut siku-siku memiliki besar sudut 90°.

2. Hubungan antar sudut

Perhatikan gambar berikut



Pada gambar di atas terdapat delapan sudut yang masing-masing diberi nama sudut dengan kode A1, A2, A3, A4, B1, B2, B3, B4, B5.

Beberapa hubungan antar sudut yaitu sebagai berikut :

a) Sudut sehadap

A1 dengan B1, A2 dengan B2, A3 dengan B3, dan A4 dengan B4. Besar dua sudut sehadap adalah sama.

b) Sudut dalam sepihak

A4 dengan B1, A3 dengan B2. Jumlah sudut dalam sepihak adalah 180 derajat.

c) Sudut luar sepihak

A1 dengan A4, A2 dengan B3. Jumlah sudut luar sepihak adalah 180 derajat.

d) Sudut bertolak belakang

A1 dengan A3, A2 dengan A4, B1 dengan B3, dan B2 dengan B4. Besar dua sudut yang bertolak belakang adalah sama.

e) Sudut berpelurus

A1 dengan A2, A3 dengan A4, B1 dengan B2, B3 dengan B4. Jumlah besar sudut yang berpelurus adalah 180 derajat.

f) Sudut dalam berseberangan

A4 dengan B2 dan A3 dengan B1. Besar sudut dalam berseberangan adalah sama.

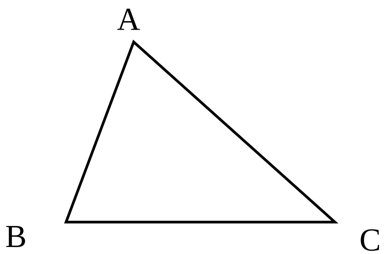
g) Sudut luar berseberangan

A1 dengan B3 dan A2 dengan B4. Besar sudut luar berseberangan adalah sama.

C. SEGITIGA

1. PENGERTIAN SEGITIGA

Segitiga merupakan salah satu bangun datar yang dibatasi oleh tiga sisi. Perhatikan bangun segitiga berikut.



Pada gambar di atas, terdapat segitiga ABC dengan tiga sisi yaitu sisi AB, BC, dan AC. Memiliki 3 sudut yaitu sudut ABC, sudut BAC, dan sudut ACB, serta memiliki tiga titik sudut yaitu titik A, B, dan C

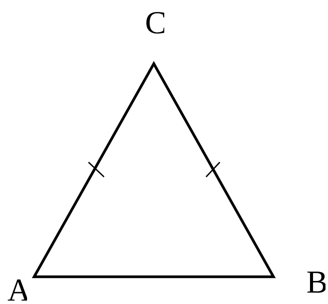
2. JENIS SEGITIGA

Berdasarkan ukuran dan jenis sisinya, segitiga dibagi menjadi tiga yaitu segitiga sama kaki, segitiga sama sisi, dan segitiga sembarang.

a. Segitiga Sama Kaki

Segitiga sama kaki merupakan jenis segitiga yang memiliki sepasang sisi yang sama panjang. Terdapat dua sudut yang sama besar.

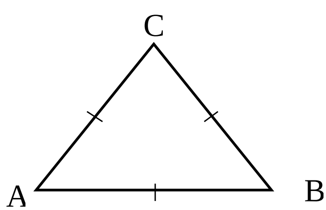
Perhatikan gambar segitiga sama kaki di bawah ini



Pada gambar di atas sepasang sisi yang sama panjang yaitu sisi AB dan sisi AC. Sedangkan pasangan sudut yang sama besar yaitu sudut ABC dan sudut ACB.

b. Segitiga Sama Sisi

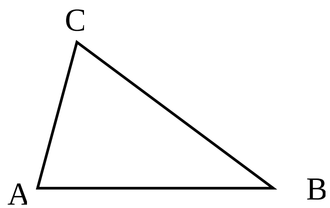
Segitiga sama sisi merupakan segitiga yang ketiga sisi dan sudutnya memiliki ukuran yang sama. Perhatikan gambar berikut



Pada gambar di atas, ketiga sisi yang sama yaitu sisi AB, sisi BC, dan sisi AC. Ketiga sudutnya juga sama besar yaitu sudut ABC, sudut ACB, dan sudut BAC. Selanjutnya akan dijelaskan mengenai segitiga sembarang.

c. Segitiga Sembarang

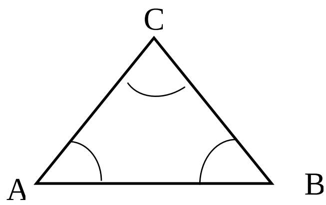
Segitiga sembarang merupakan jenis segitiga dengan ukuran ketiga sisinya berbeda dan ketiga sudutnya memiliki ukuran yang berbeda pula. Perhatikan gambar berikut.



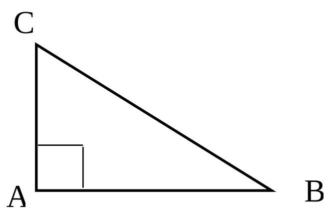
Pada gambar di atas, sisi AB, sisi BC, dan sisi AC memiliki ukuran sisi yang tidak sama Panjang. Ukuran ketiga sudutnya yaitu sudut ABC, sudut ACB, dan sudut BAC berbeda.

d. Segitiga Lancip

Segitiga lancip adalah segitiga yang seluruh sudut pembentuknya kurang dari 90^o. perhatikan gambar di bawah ini

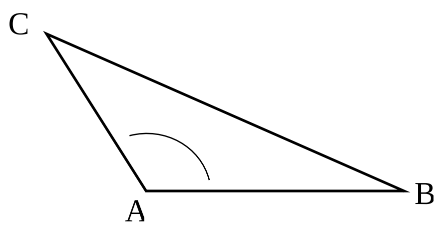


e. Segitiga Siku-siku



Segitiga siku-siku merupakan jenis segitiga yang salah satu sudutnya memiliki ukuran 90 derajat. Pada gambar di atas, sudut siku-siku pada segitiga tersebut adalah sudut ABC.

f. Segitiga Tumpul



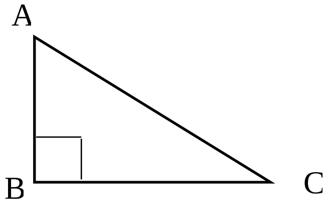
Pada segitiga tumpul, terdapat salah satu sudutnya yang berukuran lebih dari 90 derajat. Pada gambar di atas sudut tumpul segitiganya yaitu sudut ABC

3. THEOREMA PYTHAGORAS

Teorema Phytagoras sendiri seperti yang telah dissebutkan di atas merupakan teorema yang menerangkan tentang hubungan antara sisi-sisi yang ada dalam sebuah segitiga siku-siku. Teorema ini pertama kali dikemukakan oleh seorang matematikiawan yang berasal dari Yunani bernama Phytagoras.

Adapun bunyi atau dalil Teorema Phytagoras yaitu “Pada suatu segitiga siku-siku, kuadrat dari sisi terpanjang yaitu sama dengan hasil jumlah dari kuadrat sisi-sisi penyikunya”

Dari teorema tersebut didapatkan suatu rumus yang digambarkan seperti di bawah ini:



Sebagai contoh, diketahui sebuah segitiga dengan siku-siku di B. Apabila panjang sisi miring (hipotenusa) yaitu c serta panjang sisi-sisi penyikunya (sisi selain sisi miring) yaitu a dan b.

Maka teorema Phytagoras di atas dirumuskan seperti berikut ini:

Rumus Phytagoras

$c^2 = a^2 + b^2$

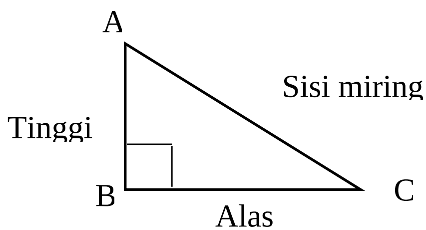
Keterangan:

c = sisi miring

a = tinggi

b = alas

Rumus Phytagoras pada umumnya dipakai dalam mencari panjang sisi miring segitiga siku-siku seperti berikut ini:



Kuadrat sisi AC = kuadrat sisi AB + kuadrat sisi BC

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

Rumus untuk mencari panjang sisi alas yaitu: $b^2 = c^2 – a^2$

Rumus untuk mencari sisi samping atau tinggi segitiga yaitu: $a^2 = c^2 – b^2$

Rumus untuk mencari sisi miring segitiga siku-siku yaitu: $c^2 = a^2 + b^2$

4. LUAS DAN KELILING SEGITIGA

Sebelum mempelajari rumus luas dan keliling segitiga, kita harus mengingat kembali bahwa segitiga memiliki 3 sisi. Sisi-sisi ini bisa jadi sama besar, bisa jadi berbeda ukuran. Tergantung jenis dan bentuk segitiga yang dimaksud. Namun, semua segitiga memiliki komponen yang sama, meskipun panjang sisinya berbeda. Komponen tersebut adalah alas (a) dan tinggi (t), yang digunakan untuk menghitung luas.

Inilah bentuk rumus luas dan keliling segitiga.

a) Rumus Luas

- Luas segitiga jika diketahui panjang alas dan tigginya

  Luas persegi panjang didapatkan dari menghitung alas x tinggi, lalu hasilnya dibagi 2. Berikut ini bentuk ringkas yang dituliskan dalam rumus.

  Luas segitiga = (alas x tinggi) : 2

  atau

  Luas segitiga = 1/2 x alas x tinggi

- Luas segitiga jika diketahui panjang semua sisinya. Jika diketahui panjang sisi-sisi segitiga adalah a, b, dan c, serta luas daerahnya adalah L maka

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Dengan

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

Contoh

Tentukan luas segitiga yang mempunyai panjang sisi berturut-turut 6 cm, 8 cm dan 10 cm.

Pembahasan

Diketahui

Panjang sisi-sisi nya adalah 6 cm, 8 cm dan 10 cm

Ditanyakan

Luas segitiga= …….?

Karena semua sisinya diketahui maka

$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

$s = \frac{1}{2}(6+8+10)$

$$s = \frac{1}{2}(24)$$

= 12

$$L = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)}$$

$$L = \sqrt{12(6)(4)(2)}$$

$$L = \sqrt{576} = 24\ cm$$

Jadi luas segitiga tersebut adalah 24 cm

b) Rumus Keliling

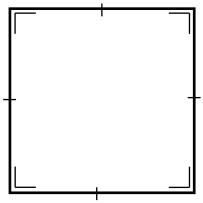
Sedangkan, keliling segitiga didapatkan dari menghitung jumlah semua sisi pada segitiga. Pada segitiga terdapat tiga sisi, yang bisa berukuran sama panjang maupun

Contoh

Suatu segitiga sama kaki memiliki ukuran kaki segitiga 6 cm dan sisi lainnya 5 cm. Tentukan keliling segitiga tersebut.
Pembahasan
K = a + b + c = 6 cm + 6 cm + 5 cm = 17 cm

D. PERSEGI

Persegi merupakan bentuk bangun datar yang memiliki 4 sisi sama panjang dan semua sudut sudutnya sama besar dan siku-siku. Kemudian dari pengertian tersebut dapat diperoleh bahwa setiap sudut persegi dibagi dua sama besar oleh diagonalnya, dan setiap diagonalnya tersebut saling tegak lurus. Lebih jelasnya terdapat pada gambar dibawah ini



1) Sifat Sifat Persegi

Persegi memiliki karakter dasar yang menjadi ciri khasnya. Sifat-sifat persegi antara lain :

- Memiliki 4 buah sisi sama panjang.
- Memiliki 4 titik sudut berbentuk sudut siku-siku (90°).
- Sisi yang berhadapan dan sejajar dan sama panjang.
- Memiliki 2 garis diagonal yang saling bertemu tegak lurus pada pusat persegi dan membentuk sudut siku-siku.
- Memiliki 4 buah simetri lipat.
- Memiliki 4 buah simetri putar

2) Rumus Keliling Persegi

Semua jenis bangun datar pasti memiliki keliling, tidak terkecuali bangun datar persegi. Menghitung keliling persegi dapat dengan cara mengalikan 4 sisinya. Hal ini dikarenakan keliling persegi merupakan penjumlahan keempat sisinya yang sama panjang.

Sehingga rumus keliling persegi adalah
Keliling = sisi + sisi + sisi + sisi
atau
Keliling = 4 x panjang sisi persegi

3) Rumus Luas Persegi

Selain keliling, bangun datar persegi juga memiliki luasan, dimana luasan persegi dihitung dengan menguadratkan panjang sisinya.

Sehingga rumus untuk luas persegi adalah
Luas = $(\text{panjang sisi persegi})^2$

Contoh

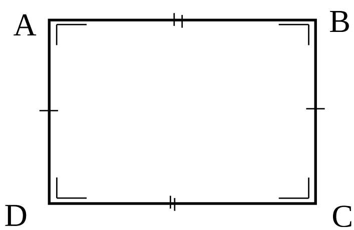
1. Diketahui persegi ABCD dengan panjang sisi 8 cm. Hitunglah keliling dan luas persegi ABCD.
   Pembahasan
   a. K = 4s
      = 4 x 8
      = 32
      Jadi keliling persegi ABCD adalah 32 cm.
   b. $L = s^2$
      L = 8 x 8
      = 64
      Jadi luas persegi ABCD adalah 64 cm^2
2. Jika Ani ingin memasang ubin pada lantai rumahnya yang memiliki luas 64 m^2 dan ubin tersebut berbentuk

persegi dengan panjang sisinya 40cm. Berapa jumlah ubin yang diperlukan oleh Ani?
Pembahasan

- Luas ubin = 40 cm x 40 cm = 1600 cm²
- Banyaknya ubin yang diperlukan $\frac{luas\ lantai}{luas\ ubin} =$ $\frac{64\ m^2}{1600\ cm^2} = \frac{640000\ cm^2}{1600\ cm^2} = 400$
- Jadi, banyaknya ubin yang diperlukan Ani untuk membuat lantai adalah 400 buah.

E. PERSEGIPANJANG

Persegi panjang merupakan salah satu bangun datar segiempat yang memiliki dua pasang sisi sejajar serta keempat sudutnya merupakan sudut siku-siku. Perhatikan gambar berikut.



Gambar di atas merupakan bangun persegi panjang. Penamaan bangun persegi panjang dengan menggunakan keempat titik sudutnya. Sebagai contoh, pada gambar persegi panjang di atas dapat kita beri nama dengan persegi panjang ABCD.

1) Sifat-Sifat Persegi Panjang

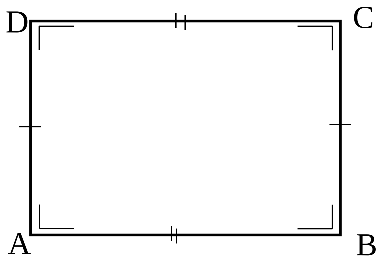
Dari definisinya, persegi panjang adalah sebuah bentuk dengan 4 sisi, dimana sisi-sisinya menghadap dengan panjang yang sama dan memiliki empat simpul. Selain sisi-sisi berlawanan yang memiliki panjang yang sama, ia juga memiliki empat buah sudut yang berukuran sama yaitu 90 °. Nah, adapun sifat-sifat persegi panjang tersebut, antara lain:

- Ia memiliki empat sisi, dua pasang sisi berlawanan dan sejajar
- Memiliki simetri 2 kali lipat
- Memiliki simetri rotasi sekunder
- Ia memiliki 4 titik sudut, yang semuanya sama, yaitu sudut siku-siku (90)°
- Diagonal persegipanjang berpotongan di tengah persegipanjang
- Bagian tengah persegipanjang membagi diagonal menjadi dua bagian yang sama.
- Ia memiliki dua sumbu simetri, sumbu vertikal dan sumbu horizontal.

2) Rumus Keliling Persegi Panjang

Pada gambar persegi panjang di atas terdapat empat sisi dengan ukuran panjang *p* dan lebar *l*.

Keliling persegi panjang dapat dihitung dengan menjumlahkan panjang sisi-sisinya.



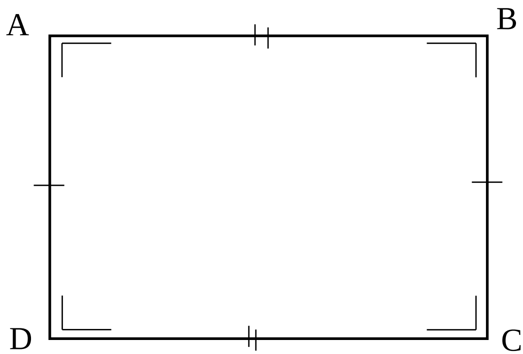
Keliling persegi panjang ABCD = sisi AB + sisi BC + sisi CD + sisi DA
Keliling persegi panjang ABCD = p + l + p + l
K = (p + p) + (l + l)
K = 2p + 2l
K = 2 (p + l)

Keterangan:

- K : Keliling persegi panjang
- p : ukuran panjang persegi panjang
- l : ukuran lebar persegi panjang

3) Rumus Luas Persegi Panjang

Luas persegi panjang merupakan area atau daerah di dalam persegi panjang yang dibatasi oleh sisi-sisi persegi panjang. Perhatikan gambar berikut untuk lebih memahami konsep luas persegi panjang.



Pada gambar di atas terdapat persegi panjang yang di dalamnya terdapat persegi-persegi satuan. Dapatkah menghitung berapa banyak persegi satuan yang berada dalam persegi panjang tersebut? Dalam persegi panjang tersebut memiliki panjang 5 satuan dan lebar 5 satuan, sehingga dalam persegi panjang ABCD terdapat 15 persegi satuan. Banyaknya persegi satuan tersebut mewakili luas daerah persegi panjang dengan unit terkecil satuan persegi. Lalu bagaimana rumus untuk menentukan luas persegi panjang?

Rumus luas persegi panjang dapat dituliskan sebagai berikut.

Luas persegi panjang ABCD = ukuran sisi panjang x ukuran sisi lebar

Luas persegi panjang ABCD = AB x BC

L = *p x l*

Keterangan:

- L : luas persegi panjang
- p : ukuran panjang persegi panjang
- l : ukuran lebar persegi panjang

Contoh

1) Terdapat suatu persegi panjang dengan panjang 18 cm dan lebar 14 cm. Berapakah keliling persegi panjang tersebut?

   Pembahasan

   K = 2 x (p + l)

   K = 2 x (18 cm + 14 cm)

   K = 2 x 32 cm

   K = 64 cm

2) Suatu lapangan sepakbola memiliki ukuran panjang lapangan 50 m dan lebar lapangan 30 m. Tentukan luas lapangan sepakbola tersebut!

   Pembahasan

   L = p x l

   L = 50 m x 30 m

   L = 1500 m^2

3) Suatu ruangan berukuran 8 m x 6 m akan dipasangi keramik. Jika ukuran keramik yang akan dipasang

adalah 40 cm x 40 cm, berapa banyak keramik yang dibutuhkan?

Pembahasan

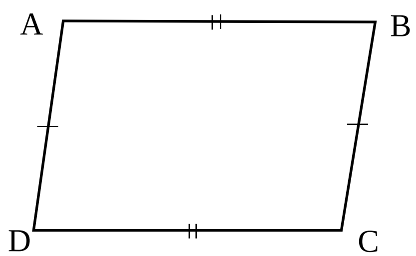
Luas ruangan = p x l = 8 m x 6 m = 800 cm x 600 cm = 480000 cm^2

Luas satu buah keramik = 40 cm x 40 cm = 1600 cm^2

Banyak keramik = 480000 cm^2/1600 cm^2 = 300 buah keramik.

F. JAJAR GENJANG

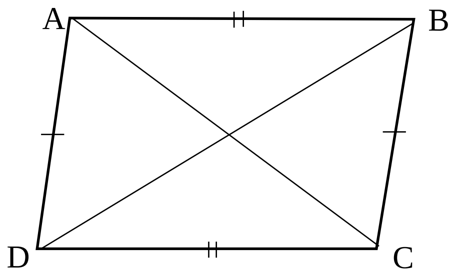
Perhatikan gambar berikut.



Bangun jajar genjang dapat diartikan sebagai salah satu bangun segiempat yang memiliki dua pasang sisi yang sejajar dan sama panjang serta dua pasang sudut yang berhadapan sama besar.

1) Sifat-Sifat Jajar Genjang

Perhatikan gambar bangun datar jajar genjang berikut.



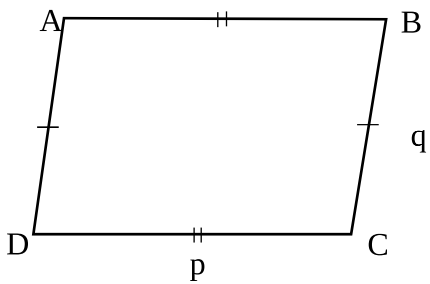
Berdasarkan gambar tersebut, sifat-sifat dari bangun jajar genjang dapat dijelaskan sebagai berikut.

- Jajar genjang memiliki dua pasang sisi yang sejajar dan sama panjang. Sisi AB sejajar dengan sisi CD sehingga ukuran sisi AB = ukuran sisi CD. Sisi BC sejajar dengan sisi AD sehingga ukuran sisi BC = ukuran sisi AD.
- Jajar genjang memiliki dua pasang sudut yang saling berhadapan dan sama besar. Kedua pasang sudut yang berhadapan pada jajar genjang ABCD di atas yaitu sudut ABC dengan sudut ADC serta sudut BAD berhadapan dengan sudut BCD. Ukura sudut ABC sama dengan ukuran sudut ADC, serta ukuran sudut BAD sama dengan ukuran sudut BCD.

- Jajar genjang memiliki dua diagonal yang saling berpotongan. Kedua diagonal pada bangun jajar genjang tidak sama panjang.

2) Rumus Keliling Jajar Genjang

Untuk memahami keliling jajar genjang, perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas terdapat bangun jajar genjang ABCD dengan ukuran sisi AB adalah p dan ukuran sisi BC adalah q. Keliling bangun jajar genjang tersebut dirumuskan sebagai berikut.

Keliling jajar genjang ABCD = AB + BC + CD + DA

Karena ukuran sisi AB sama dengan ukuran sisi CD dan ukuran sisi BC sama dengan ukuran sisi DA, maka:

Keliling jajar genjang ABCD = p + q + p +q

K = (p + p) + (q + q)

K = 2p + 2q

K = 2 (p + q)

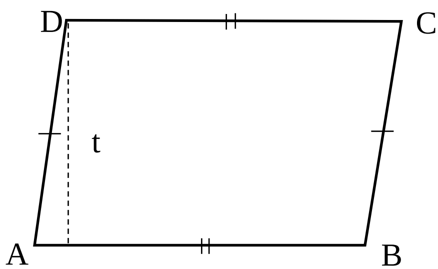
Keterangan:

K : Keliling bangun jajar genjang

p, q : ukuran sisi-sisi banngun jajar genjang.

3) Rumus Luas Jajar Genjang

Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas terdapat bangun jajar genjang ABCD dengan sisi alas AB berukuran *a* dan tinggi jajar genjang yaitu DE berukuran *t*.

Tinggi bangun jajar genjang tegak lurus dengan sisi alas jajar genjang. Luas bangun jajar genjang dirumuskan sebagai berikut.

Luas jajar genjang ABCD = AB x DE

L = a x t

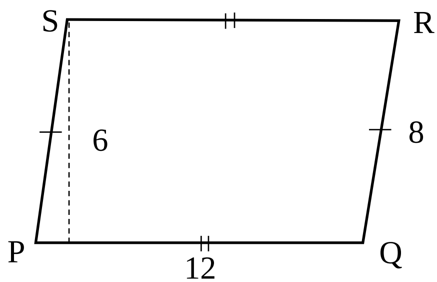
Keterangan:

- L : Luas bangun jajar genjang

- *a* : ukuran sisi alas bangun jajar genjang
- *t* : ukuran tinggi bangun jajar genjang.

Contoh

Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar tersebut terdapat bangun jajar genjang ABCD. Tentukan:

1. Keliling bangun jajar genjang ABCD.
2. Luas bangun jajar genjang ABCD.

Pembahasan

1. Keliling bangun jajar genjang ABCD:

   K = 2 x (12 cm + 8 cm)

   K = 2 x 20 cm

   K = 40 cm

   Jadi, keliling bangun jajar genjang ABCD adalah 40 cm.

2. Luas bangun jajar genjang ABCD:

L = alas x tinggi

L = 12 cm x 6 cm

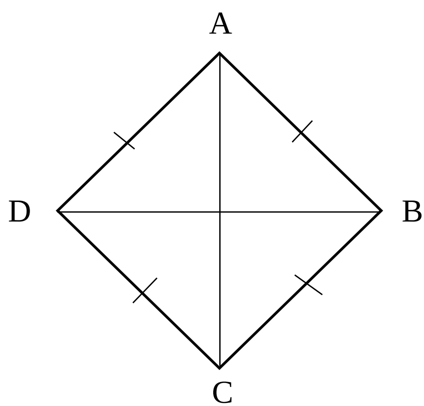
L = 72 cm2

Jadi, luas bangun jajar genjang ABCD adalah 72 cm^2.

G. BELAH KETUPAT

Belah ketupat merupakan salah satu bangun datar yang tersusun atas empat sisi yang sama panjang dan sudut yang berhadapan sama besar.

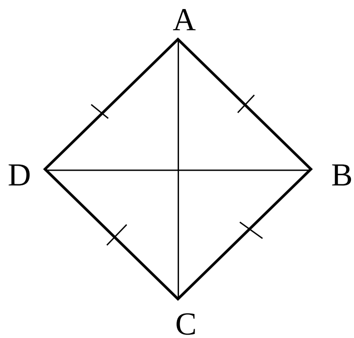
Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas terdapat bangun belah ketupat ABCD. Terdapat empat sisi yaitu sisi AB, sisi BC, sisi CD, dan sisi DA. Terdapat dua diagonal yang berpotongan tegak lurus yaitu diagonal AC dan diagonal BD.

1) Sifat-Sifat Belah Ketupat

Perhatikan gambar bangun belah ketupat berikut.



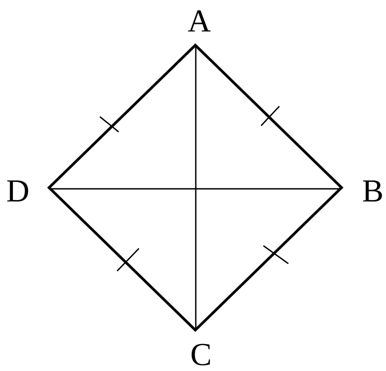
Berikut merupakan sifat-sifat bangun belah ketupat :

- Memiliki empat buah sisi yang sama panjang, yaitu sisi AB, BC, CD, dan DA.
- Memiliki dua pasang sudut yang berhadapan dan sama besar, yaitu sudut ABC dengan sudut ADC dan sudut BAD dengan sudut BCD.
- Memiliki dua buah diagonal yang saling berpotongan tegak lurus, yaitu diagonal AC dan diagonal BD. Satu diagonal membagi dua diagonal yang lain sama panjang. Diagonal AC membagi diagonal BD menjadi dua sama panjang, begitupula dengan diagonal BD membagi diagonal AC menjadi dua sama panjang.

- Memiliki dua simetri lipat dan simetri putar. Masing-masing sumbu simetri berhimpit dengan diagonal AC dan diagonal BD.

2) Keliling Belah Ketupat

Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar tersebut terdapat bangun belah ketupat dengan empat sisi yang masing-masing sisinya berukuran *s*. keliling belah ketupat dirumuskan sebagain berikut.

Sama seperti bangun segiempat lainnya, bangun belah ketupat memiliki empat sisi. Keliling dapat dihitung dengan menjumlahkan ukuran panjang semua sisinya. Sehingga,

Keliling belah ketupat = sisi AB + sisi BC + sisi CD + sisi DA

Semua sisi belah ketupat memiliki ukuran yang sama, misalkan s.

Keliling belah ketupat = s + s + s + s

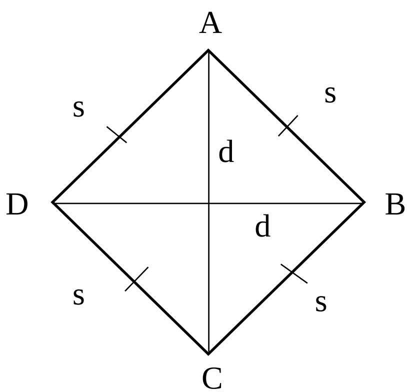
K = 4 x s

Keterangan:

- K : keliling belah ketupat
- s : ukuran panjang sisi belah ketupat.

3) Luas Belah Ketupat

Luas belah ketupat merupakan daerah di dalam belah ketupat yang dibatasi oleh keempat sisinya. Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas, terdapat bangun belah ketupat ABCD. Luas belah ketupat dapat ditumuskan sebagai berikut.

Luas belah ketupat = ½ x diagonal 1 x diagonal 2

Luas belah ketupat = ½ x AC x BD

Sehingga dapat ditulis dengan

L = ½ x d1 x d2

Keterangan:

L : luas bangun belah ketupat

d1, d_2 : ukuran diagonal belah ketupat

Contoh

1) Suatu belah ketupat memiliki sisi berukuran 30 cm. Berapakah keliling bangun belah ketupat tersebut?

   Pembahasan

   K = 4 x s

   K = 4 x 30 cm

   K = 120 cm

2) Sebidang tanah berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya adalah 12 cm dan 10 cm. Tentukan luas tanah tersebut.

   Pembahasan

   L = ½ x d_1 x d_2

   L = ½ x 12 cm x 10 cm

   L = ½ x 120 cm^2

   L = 60 cm^2

3) Suatu belah ketupat memiliki panjang diagonal 10 cm dan 24 cm. Tentukan keliling belah ketupat tersebut.

Pembahsasan

Menentukan panjang sisi

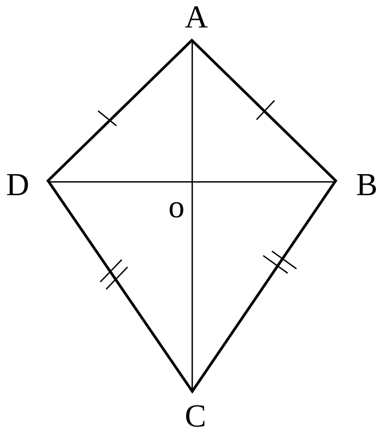
Dengan menggunakan konsep Pythagoras, maka dapat ditentukan panjang sisi belah ketupat.

Panjang sisi = $\sqrt{(5^2 + 12^2)} = \sqrt{(25 + 144)} = \sqrt{169} = 13$ cm

K = 4 x s = 4 x 13 cm = 52 cm.

H. LAYANG-LAYANG

Bangun layang-layang adalah bangun datar dua dimensi, memiliki dua pasang sisi sama panjang namun tidak sejajar, serta saling membentuk sudut yang berbeda.



Perhatikan layang-layang ABCD di atas, ada dua sisi yang sama panjang yaitu AB=AD dan BC=CD. Serta dua diagonal yang berpotongan yaitu AC dan BD.

1) Sifat-Sifat Layang-Layang

   Bangun datar layang-layang memiliki sifat yang bisa membedakannya dengan berbagai bangun datar lainnya. Sifat tersebut berdasarkan gambar di atas adalah sebagai berikut ini:

   - Memiliki dua pasang sisi sama panjang dan tidak sejajar
   - Memiliki dua sudut sama besar. Seperti sudut ABC = sudut ADC
   - Memiliki dua diagonal saling tegak lurus. Diagonal AC tegak lurus dengan diagonal BD
   - Memiliki satu sumbu simetris, garis yang berhimpitan dengan garis AC

2) Rumus Luas Layang-Layang

   Untuk menghitung luas dari sebuah layang-layang, maka kita akan mengalikan 2 diagonal pada layang-layang, dan kemudian akan dikali dengan ½. Sehingga rumusnya akan berbentuk seperti ini:

   L = ½ x diagonal pertama x diagonal kedua

   $L = ½ \times d_1 \times d_2$

3) Rumus Keliling Layang-Layang

Untuk menghitung keliling layang-layang, maka kita akan menjumlahkan setiap sisinya. Sehingga rumusnya akan berbentuk:

$K = (a + a) + (b + b)$

$K = 2a + 2b$

$K = 2 (a + b)$

Contoh

1) Suatu layang-layang mempunyai ukuran diagonal-diagonalnya adalah 15 cm dan 18 cm. Tentukan luas bangun datar layang-layang tersebut.

   Pembahasan

   $L = ½ \times d1 \times d2$

   $L = ½ \times 15 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$

   $L = 135 \text{ cm}^2$

2) Diketahui setiap panjang sisi dari sebuah layang-layang adalah:

   a = 12 cm, b = 12 cm, c = 35 cm, dan d = 35 cm

   Berapakah keliling dari layang-layang tersebut?

   Pembahasan

   $K = a + b + c + d$

   $K = 2 \times (a + c)$

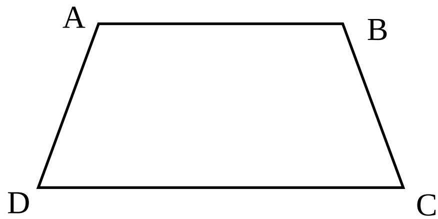
   $K = 2 \times (12 + 35)$

   $K = 2 \times 47$

K = 94 cm

I. TRAPESIUM

Trapesium merupakan bangun segi empat yang memiliki satu pasang sisi sejajar yang tidak sama panjang. Untuk mengetahui seperti apakah bangun trapesium itu, perhatikan gambar berikut.



Dari gambar tersebut, dapatkah menyebutkan sifat-sifat bangun trapesium? Sifat-sifat bangun trapesium yaitu sebagai berikut :

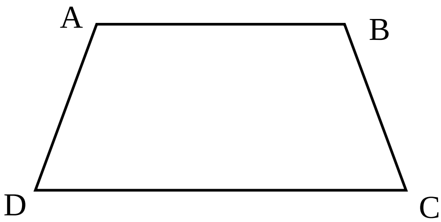
- Quadrilateral atau mempunyai empat sisi
- Mempunyai sepasang sisi sejajar
- Mempunyai empat titik sudut

1) Jenis-Jenis Trapesium

Jenis trapesium dibedakan berdasarkan sisi dan sudutnya. Trapesium dibedakan menjadi trapesium sama kaki, trapesium siku-siku, dan trapesium sembarang. Jenis-jenis trapesium dijelaskan pada bagian berikut.

Trapesium Sama Kaki

Perhatikan gambar bangun di bawah.

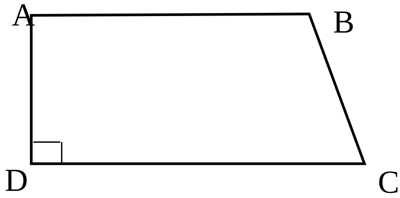


Gambar tersebut merupakan bangun trapesium sama kaki. Trapesium sama kaki memiliki dua sisi yang sama panjang (kaki trapesium).

Selain itu, trapesium memiliki dua pasang sudut yang sama besar dan dua diagonal yang sama panjang.

Trapesium Siku-Siku

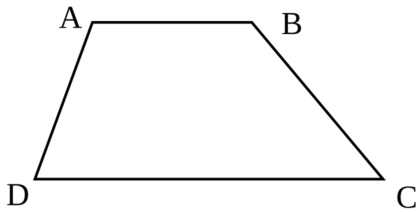
Perhatikan gambar bangun di bawah.



Pada gambar tersebut terdapat trapesium siku-siku yang memiliki dua buah sudut siku-siku. Trapesium siku-siku juga memiliki sepasang sisi sejajar dan panjang diagonal pada trapesium tersebut tidak sama.

Trapesium Sembarang

Perhatikan gambar bangun di bawah.

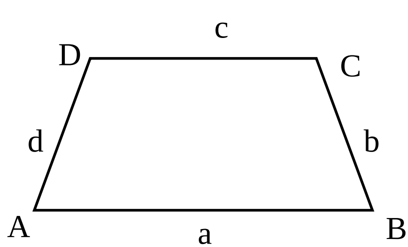


Trapesium sembarang memiliki sepasang sisi yang sejajar. Selain itu, trapesium jens ini memliki empat sudut yang tidak sama besar serta dua diagonalnya tidak sama panjang.

Selanjutnya akan dijelaskan mengenai rumus-rumus yang terdapat dalam trapesium.

2) Keliling Trapesium

Secara umum, untuk menghitung keliling bangun datar dapat dilakukan dengan menghitung jumlah panjang setiap sisinya. Perhatikan gambar trapesium berikut.



Pada gambar tersebut terdapat trapesium ABCD. Keliling trapesium tersebut dapat dihitung dengan

Keliling = panjang AB + panjang BC + panjang CD + panjang DA

K = a + b + c + d

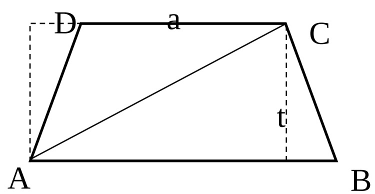
Keterangan:

K : Keliling trapesium

a, b, c, d : panjang masing-masing sisi trapesium

3) Luas Trapesium

Perhatikan gambar berikut.



Pada gembar tersebut terdapat dua buah segitiga, yaitu segitiga ABC dan segitiga ACD. Untuk menentukan luas trapesium tersebut, dapat dengan menentukan luas kedua segitiga.

Luas trapesium ABCD = Luas segitiga ABC + Luas segitiga ACD

Luas trapesium ABCD = ((1/2) x b x t) + ((1/2) x a x t)

L = (1/2) x t x (b + a)

Atau dapat ditulis

L = ((a + b) x t)/2

Keterangan:

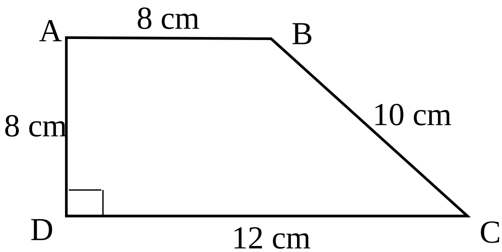
L : Luas trapesium

a, b : panjang sisi-sisi sejajar trapesium

t : tinggi trapesium

Contoh

Perhatikan gambar berikut.



Berdasarkan gambar tersebut, jawablah pertanyaan berikut.

a. Berbentuk apakah bangun di atas?
b. Bagaimana karakteristik bangun datar tersebut?
c. Hitunglah keliling bangun tersebut.
d. Hitunglah luas bangun tersebut.

Pembahasan

a. Bangun tersebut merupakan bangun trapesium siku-siku.
b. Karakteristik bangun trapesium siku-siku:

   Memiliki satu pasang sisi sejajar

Memiliki dua sudut siku-siku

Panjang diagonal tidak sama

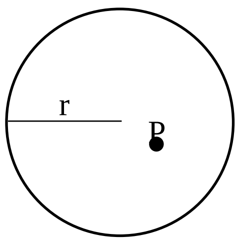
c. Keliling trapesium siku-siku = 12 + 10 + 8 + 8 = 38 satuan panjang.

d. Luas trapesium siku-siku = ((a + b) x t)/2 = ((8 + 12) x 8)/2 = (20 x 8)/2 = 160/2 = 80 satuan luas

e.

J. LINGKARAN

Lingkaran merupakan himpunan titik-titik yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu. Titik tertentu pada lingkaran tersebut disebut sebagai pusat lingkaran. Lingkaran memiliki satu sisi yang berupa sisi lengkung. Jarak suatu titik pada lingkaran dengan pusat lingkaran disebut sebagai jari-jari lingkaran. Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas, titik P merupakan titik pusat lingkaran dan r merupakan jari-jari lingkaran. Dalam lingkaran juga terdapat ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran disebut sebagai tali busur. Tali busur terpanjang lingkaran melalui titik pusat lingkaran disebut sebagai diameter lingkaran. Panjang diameter lingkaran adalah dua kali panjang jari-jari lingkaran.

1. UNSUR-UNSUR LINGKARAN

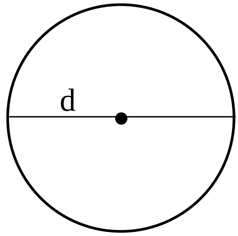
   Unsur-unsur lingkaran terdiri dari:

   - Titik Pusat (P): Titik yang menjadi pusat lingkaran yang terletak tepat di tengah lingkaran
   - Jari-jari (r): jarak antara pusat lingkaran dengan titik pada lingkaran
   - Diameter (d): garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran melalui titik pusat
   - Busur Lingkaran: garis berbentuk melengkung pada tepian lingkaran
   - Tali Busur: garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran
   - Juring Lingkaran: daerah yang dibatasi oleh busur dan dua jari-jari lingkaran
   - Tembereng: daerah yang dibatasi oleh busur dan tali busur
   - Apotema: garis yang menghubungkan titik pusat dengan tali busur (tegak lurus dengan tali busur)

2. KELILING DAN LUAS LINGKARAN

   Keliling Lingkaran

Perhatikan gambar berikut.



Keliling lingkaran dapat dirumuskan sebagai berikut.

Keliling Lingkaran = π x diameter lingkaran

$K = \pi \times d$

Karena ukuran diameter adalah dua kali ukuran jari-jari lingkaran, maka diperoleh:

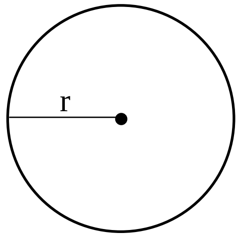
$K = \pi \times (2 \times r) = 2 \times \pi \times r$

Keterangan:

- K : keliling lingkaran
- π : phi, konstanta dengan nilai 3,1459… (22/7)
- d : diameter lingkaran
- r : jari-jari lingkaran

Luas Lingkaran

Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar dia atas terdapat lingkaran dengan jari-jari r. Luas lingkaran dirumuskan sebagai berikut.

Luas lingkaran = π x jari-jari lingkaran x jari-jari lingkaran

L = π x r x r

L = π x r2

Hubungannya dengan diameter dirumuskan sebagai

L = π x (1/2 d)2

L = ¼ x π x d2

Keterangan:

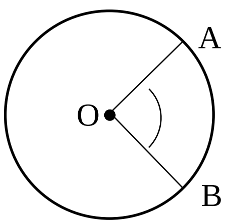
- K : keliling lingkaran
- π : phi, konstanta dengan nilai 3,1459… (22/7)
- d : diameter lingkaran
- r : jari-jari lingkaran

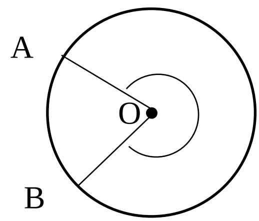
3. SUDUT PUSAT DAN SUDUT KELILING

Sudut pusat adalah sudut terkecil yang dibentuk oleh pusat lingkaran dan dua titik yang terletak pada busur lingkaran. Misalkan lingkaran dengan pusat O dan dua titik A dan B terletak pada busur lingkaran, maka sudut terkecil yang dibetuk dari ∠AOB merupakan sudut pusat yang menghadap busur AB.

Contoh lain, lingkaran dengan pusat O dan dua titik A dan B terletak pada busur lingkaran, maka sudut terkecil yang dibetuk dari ∠AOB merupakan sudut pusat yang menghadap busur CD.

Gambar di bawah akan menunjukkan letak sudut pusat secara lebih jelas.





Keterangan:

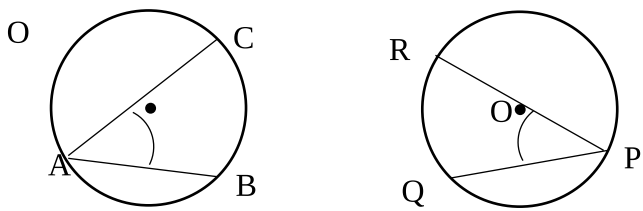
- ∠AOB merupakan sudut pusat yang menghadap busur AB
- ∠COD merupakan sudut pusat yang menghadap busur CD

4. GARIS SINGGUNG LINGKARAN

Sudut keliling adalah sudut yang dibentuk oleh tiga titik yang terletak pada busur lingkaran. Sebagai contoh, terdapat tiga buah titik yaitu titik A, B, dan C yang terletak pada busur lingkaran dengan pusat O. Dua tali busur dibentuk dengan menghubungkan titik A dengan C dan B dengan C. Sehingga dibentuk sebuah sudut dari pertemuan dua tali busur tersebut yaitu ∠BCA yang menghadap busur AB.

Contoh lain, titik X, Y, dan Z terletak pada busur lingkaran dengan pusat O. Dua tali busur dibentuk dengan menghubungkan titik X dengan Z dan Y dengan Z. Sehingga terbentuk sebuah sudut dari pertemuan dua tali busur tersebut yaitu ∠XZY yang menghadap busur XY.

Perhatikan gambar berikut untuk mengetahui letak sudut keliling dalam sebuah ligkaran.



Keterangan:

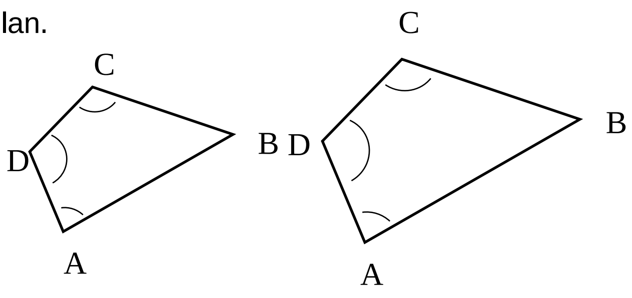
- ∠BCA merupakan sudut pusat yang menghadap busur AB

- ∠XZY merupakan sudut pusat yang menghadap busur XY

BAGIAN 9
KESEBANGUNAN DAN KEKONGRUENAN BANGUN DATAR

A. KESEBANGUNAN BANGUN DATAR

Kesebangunan berasal dari kata sebangun yang artinya bangun yang sama. Kesebangunan dapat dilambangkan dengan tanda (~). Menurut para ahli, pengertian kesebangunan bangun datar ialah dua atau lebih bangun datar yang mempunyai perbandingan besar sudut dan panjang sisi sisinya. Dua bangun datar yang mempunyai bentuk yang sama disebut sebangun. Tidak perlu ukurannya sama, tetapi sisi-sisi yang bersesuaian sebanding (proportional) dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Perubahan bangun satu menjadi bangun lain yang sebangun melibatkan perbesaran atau pengecilan.



Dengan kata lain dua bangun dikatakan sebangun jika memenuhi syarat:

- Perbandingan panjang sisi yang bersesuaian senilai
- Sudut yang bersesuaian besarnya sama

  $m\angle A = m\angle E$

  $m\angle B = m\angle F$

  $m\angle C = m\angle G$

  $m\angle D = m\angle H$

Jika bangun ABCD dan EFGH memenuhi kedua syarat tersebut, maka bangun ABCD dan EFGH sebangun, dinotasikan dengan ABCD $\sim$ EFGH. Jika bangun ABCD dan EFGH tidak memenuhi kedua syarat tersebut maka bangun ABCD dan EFGH tidak sebangun, dinotasikan dengan ABCD $\nsim$ EFGH.

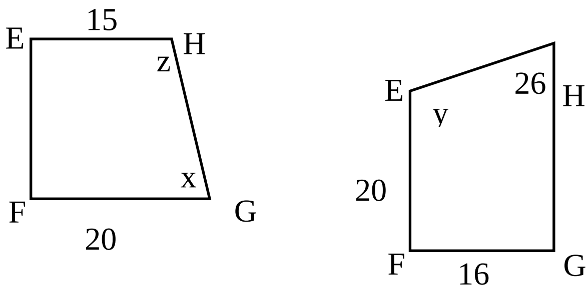
Berdasarkan syarat kesebangunan bangun datar diatas dapat disimpulkan bahwa meskipun dua buah bangun memiliki bentuk yang sama namun lebar dan panjang yang berbeda asalkan sesuai perbandinganya maka dua buah bangun tersebut dapat dikatakan sebangun atau memiliki sifat kesebangunan. Singkatnya rumus yang digunakan dalam kesebangunan tersebut hampir sama dengan rumus perbandingan senilai.

Adapun rumus kesebangunan bangun datarnya yaitu:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

Contoh

1) Perhatikan gambar di bawah ini.



Bangun ABCD dan EFGH sebangun.

Tentukan nilai x, y dan z !

Pembahasan

Bangun ABCD dan EFGH sebangun berarti sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai, yaitu:

m∠E = m∠A, m∠F = m∠B, m∠G = m∠C, m∠H = m∠D,

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{GH}{CD} = \frac{HE}{DA}$$

Bangun ABCD dan EFGH sebangun dengan sudut-sudut yang bersesuaian m∠E = m∠A, m∠F = m∠B, m∠G = m∠C, dan m∠H = m∠D,

Sehingga,

m∠G = m∠C ⇔ xo = 22,6^o

$m\angle D = 180^o - m\angle C \Leftrightarrow yo = 180^o - x^o = 180^o - 22{,}6^o = 157{,}4^o$ (Mengapa?)

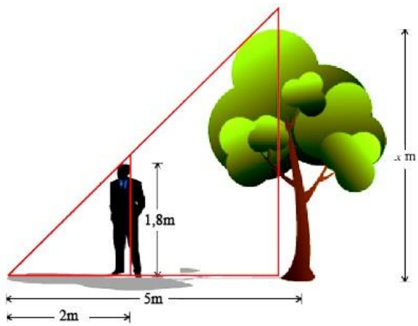
$m\angle H = m\angle D \Leftrightarrow zo = yo = 157{,}4^o$

Jadi, nilai adalah $xo = 22{,}6^o$, $y^o = 157{,}4^o$, dan $z^o = 157{,}4^o$

2) Miko berdiri disamping pohon. Jika tinggi miko 1,8 m dan bayangannya memiliki panjang 2 m. Kemudian bayangan pohon memiliki panjang 5 m. Berapakah tinggi pohon tersebut?

Pembahasan

Untuk menyelesaikan materi kesebangunan bangun datar tersebut. Kita harus membuat gambarnya terlebih dahulu.



Kemudian kerjakan dengan rumus kesebangunan bangun datar segitiga di atas. Maka hasilnya akan menjadi seperti di bawah ini:

$$\frac{x}{1,8} = \frac{5}{2}$$

2x = 1,5 x 5

2x = 9

X = 4,8 m

B. KEKONGRUENAN BANGUN DATAR

Dua bangun yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama dinamakan kongruen. Jika kita hubungkan dengan materi sebelumnya yaitu transformasi, maka kita bisa katakana bahwa semua bangun datar yang ditransformasi dengan cara refleksi, translasi dan rotasi memiliki sifat kekongruenan.

Syarat Dua Bangun Datar Kongruen

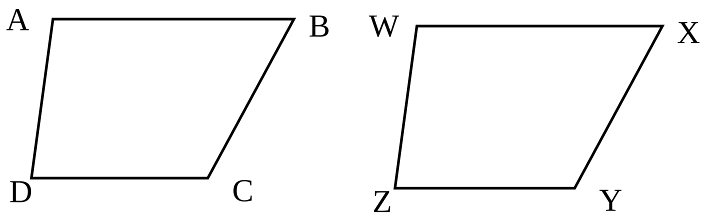
Dua bangun segi banyak (poligon) dikatakan kongruen jika memenuhi dua syarat, yaitu:

- Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, dan
- Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar

Jika bangun ABCD dan JKLM memenuhi kedua syarat tersebut, maka bangun ABCD dan JKLM kongruen, dinotasikan dengan ABCD ≅ JKLM. Jika bangun ABCD dan JKLM tidak memenuhi kedua syarat tersebut maka bangun ABCD dan JKLM tidak kongruen, dinotasikan dengan ABCD ≅ JKLM.

Contoh

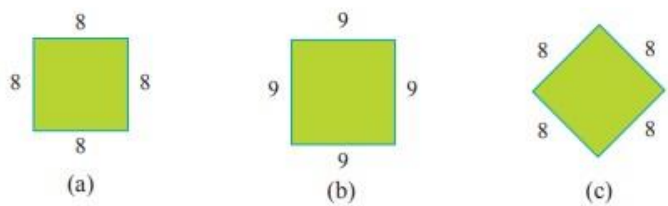
1) Segi empat ABCD dan WXYZ pada gambar di bawah kongruen. Manakah sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian?



Pembahasan

Sisi yang bersesuaian	sudut yang bersesuaian
$\overline{AB}\ dan\ \overline{WX}$	$< A\ \ dan\ \ < W$
$\overline{BC}\ dan\ \overline{XY}$	$< B\ \ dan\ \ < X$
$\overline{CD}\ dan\ \overline{YZ}$	$< C\ \ dan\ \ < Y$
$\overline{DA}\ dan\ \overline{ZW}$	$< D\ \ dan\ \ < Z$

2) Manakah persegi di bawah yang kongruen? Jelaskan!



Pembahasan

Dua bangun dikatakan kongruen jika memenuhi dua syarat, yaitu:

a. sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Setiap persegi mempunyai empat sudut siku-siku, sehingga sudut-sudut yang bersesuaian pada persegi (a), (b) dan (c) besarnya pasti sama.
b. sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang

Persegi (a) dan persegi (b)

Panjang setiap sisi persegi (a) adalah 8 cm. Panjang setiap sisi persegi (b) adalah 9 cm. Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian persegi (a) dan (b) tidak sama panjang.

Persegi (b) dan persegi (c)

Panjang setiap sisi persegi (b) adalah 9 cm. Panjang setiap sisi persegi (c) adalah 8 cm. Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian persegi (b) dan (c) tidak sama panjang.

Persegi (a) dan persegi (c)

Panjang setiap sisi persegi (a) adalah 8 cm. Panjang setiap sisi persegi (c) adalah 8 cm. Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian persegi (a) dan (c) sama panjang. Berdasarkan (i) dan (ii) di atas, maka persegi yang kongruen adalah persegi (a) dan (c).

Latihan

1 Sisca akan membuat pigura berbentuk persegi panjang dengan perbandingan panjang : lebar = 5 : 4. Lebar pigura tersebut 12 cm dan seluruh permukaannya akan ditutupi kertas kado. Berapakah luas kertas kado yang dibutuhkan untuk menutupi seluruh permukaan pigura tersebut?
2 Lantai kelas berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 4 meter dan lebar 3 meter. Lantai kelas tersebut akan dikeramik dengan biaya Rp50.000,00 per meter persegi. Hitunglah seluruh biaya yang diperlukan!
3 Sebuah ruang pertemuan panjangnya 6 m dan lebarnya 4,5 m. Ruangan tersebut akan dipasang keramik persegi yang panjang sisinya 60 cm. Berapa buah keramik yang diperlukan untuk ruangan tersebut?
4 Ibu ingin membuat dua buah bendera segitiga siku-siku yang alasnya berukuran 60 cm dan tingginya 50 cm. Jika ibu mempunyai kain dengan ukuran panjang 2 m dan lebar 1,2 m, berapa luas kain yang tersisa?
5 Dinding sebuah kamar panjangnya 4 m dan tingginya 5 m. Pada dinding tersebut terdapat 2 jendela, yang masing-masing berukuran panjang 75 cm dan tinggi 120 cm. Berapa luas dinding tanpa jendela?
6 Pak Sambera memagar kebunnya yang berbentuk trapezium. Jarak antara dua pagar yang sejajar adalah 61 m. jika jumlah panjang kebun yang

dipagar sejajar 190 m, tentukan luas kebun Pak Sambera !

7 Dikamar Indra terdapat hiasan dinding yang berbentuk belahketupat. Panjang diagonalnya masing-masing 22 cm dan 18 cm. berapakah luas hiasan dinding tersebut ?

8 Mustar membuat laying-layang dari seutas benang, selembar kertas, dan dua batang bamboo tipis yang panjangnya 90 cm dan 1 m. berapa meter persegi sekurang-kurangnya kertas uang diperlukan untuk membuat laying-layang tersebut ?

9 Penampang sebuah pulpen berbentuk lingkaran dengan diameter 7 mm. berapa desimeter kelilingnya ?

10 Sebuah kebun berbentuk persegi dengan ukuran 32 m x 32 m. Di sekeliling kebun akan ditanami pohon mangga dan jarak antar pohon 2 m. Hitunglah banyak pohon mangga yang dapat ditanam !

BAGIAN 10
BANGUN RUANG

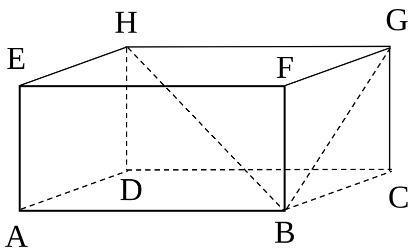
A. Pengertian Bangun Ruang

Objek-objek yang dibicarakan pada Geometri Ruang di antaranya adalah: Bola, Tabung, Kubus, Balok, Prisma, Limas, Kerucut dan Bidang Banyak. Bangun-bangun ruang tersebut pada dasarnya didapat dari benda-benda konkret dengan melakukan proses abstraksi dan idealisasi. Abstraksi adalah proses memperhatikan dan menentukan sifat, atribut, ataupun karakteristik khusus yang penting saja dengan mengesampingkan hal-hal yang berbeda yang tidak penting. Sebagai contoh, dari benda-benda konkret seperti potongan bambu, potongan hati batang pisang, kaleng minuman ataupun yang lainnya, proses berabstraksi terjadi ketika kita dan juga murid SD memperhatikan lalu mendapatkan hal-hal yang sama dari tiga macam benda konkret tersebut dengan mengesampingkan hal-hal yang berbeda yang tidak penting. Yang harus diperhatikan waktu itu adalah bentuknya yang sama. Bentuk seperti potongan bambu, potongan hati batang pisang maupun kaleng minuman itulah yang disebut dengan tabung.

Di samping proses berabstraksi, proses yang sangat penting adalah proses idealisasi. Idealisasi adalah proses menganggap segala sesuatu dari benda-benda konkret itu ideal. Hati batang pisang yang agak melengkung sedikit, dianggap lurus tanpa cela. Batang bambu yang agak tidak rata, harus dianggap rata. Berkait dengan keabstrakan dari materi geometri ruang ini, Johnson dan Rising (1978) menyatakan bahwa: "Mathematics is a creation of the human mind, concerned primarily with ideas, processes, and reasoning". Yang berarti bahwa matematika merupakan kreasi pemikiran manusia yang pada inti nya berkait dengan ide-ide, proses-proses, dan penalaran. Sebagaimana dinyatakan di depan, dari proses idealisasi dan abstraksi benda-benda konkret seperti tempat kapur, dadu, maupun benda-benda nyata berdimensi 3 lainnya, manusia mengembangkan pengetahuan yang berkait dengan benda-benda nyata tersebut yang diberi nama khusus yaitu kubus.

Sebagaimana dinyatakan di bagian depan, bangun ruang yang dikenalkan di SD di antaranya adalah kubus, balok, prisma tegak, limas, kerucut, tabung dan bola. Model bangun-bangun tersebut ada dalam kehidupan sehari-hari. Nama bangun ditunjukkan dengan melihat ciri-ciri dari masing-masing bangun.

B. Unsur-unsur pada bangun ruang



- Sisi (bidang sisi) yaitu bidang batas suatu bangun ruang.

  Contohnya: bidang ABCD
- Rusuk yaitu garis pertemuan atau perpotongan antara dua sisi.

  Contohnya: rusuk AB,BF,BC
- Titik sudut , yaitu pertemuan antara beberapa rusuk.

  Contohnya: titik sudut A, B, C, F.
- Diagonal sisi , yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang tidak serusuk pada bidang sisi yang sama

  contohnya: diagonal sisi BE, BG, FH
- Diagonal ruang , yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang tidak sebidang sisi pada suatu bangun ruang. Banyak diagonal ruang pada prisma segi-n adalah n(n-3).

Contohnya: diagonal ruang EC, HB

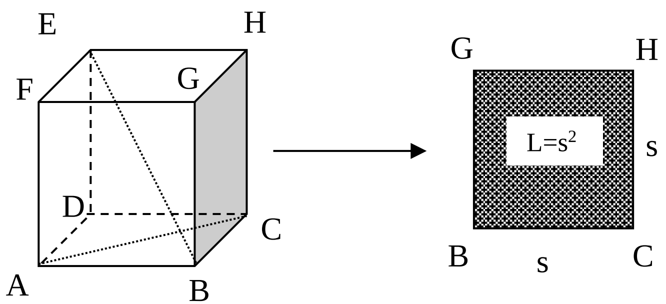
- Bidang diagonal, yaitu bidang yang melalui dua rusuk berhadapan yang tidak sebidang sisi.

  Contohnya: bidang AFGD.

C. Luas dan Volume Bangun Ruang

1. Kubus

   Kubus adalah suatu bangun ruang yang dibatasi oleh enam buah sisi berbentuk persegi yang kongruen



Unsur-unsur Kubus

a) Titik Sudut

   Titik sudut pada kubus adalah titik temu atau titik potong ketiga rusuk (titik pojok kubus).Pada kubus ABCD.EFGH ada 8 buah titik sudut yaitu :A,B,C,D,E,F,G,H,

b) Rusuk Kubus

Rusuk kubus merupakan garis potong antara sisi-sisi kubus. Penulisan atau penamaan rusuk menggunakan notasi dua huruf kapitalPada kubus ABCD.EFGH ada 12 rusuk yang sama panjang yaitu :

Rusuk Alas : AB, BC, CD, AD

Rusuk Tegak : AE, BF, CG, DH

Rusuk Atas : EF, FG, GH, EH

c) Bidang / Sisi Kubus

Bidang / sisi kubus adalah :

- Sisi alas = ABCD
- Sisi atas = EFGH
- Sisi depan = ABFE
- Sisi belakang = CDHG
- Sisi kiri = ADHE
- Sisi kanan = BCGF
- Sisi / Bidang ABCD = EFGH = ABFE = CDHG = ADHE = BCGF

d) Diagonal Sisi / Bidang

Diagonal sisi / bidang adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut berhadapan pada sebuah sisi kubus. Panjang diagonal sisi AC = BD = EG = HF = AF = BE = CH = DG = AH = DE = BG = CF

e) Diagonal Ruang

Diagonal ruang sebuah kubus adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut berhadapan dalam kubus. Diagonal ruang kubus berpotongan di tengah-tengah kubus. Panjang diagonal ruang AG = BH = CE = DF. Ada 4 buah diagonal ruang pada sebuah kubus dengan panjang sama.

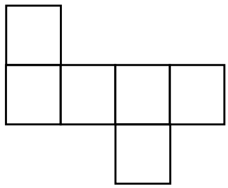
f) Bidang Diagonal

Bidang diagonal kubus adalah bidang yang memuat dua rusuk berhadapan dalam suatu kubus. Bidang diagonal kubus berbentuk persegi panjang.Ada 6 buah bidang diagonal, yaitu: ACGE, BDHF, ABGH, CDEF, ADGF, BCHE

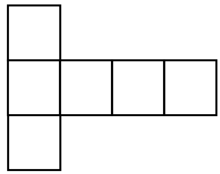
Bidang diagonal ACGE = BDHF = ABGH = CDEF = ADGF = BCHE

Jaring-jaring Kubus

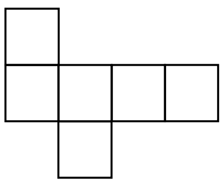
Jaring-jaring kubus yaitu rangkaian enam daerah persegi yang dapat dibentuk menjadi sebuah kubus. Apabila kita membuat kubus dari karton maka terlebih dahulu kita buat enam buah persegi kemudian di rangkai menjadi sebuah kubus seperti pada gambar di bawah ini.



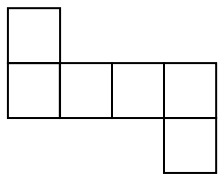
1



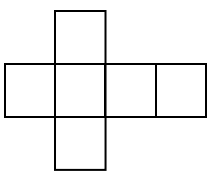
2



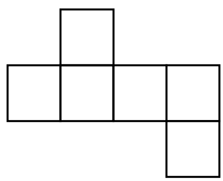
3



4



5



6

Luas Permukaan Kubus

Luas permukaan kubus dengan panjang sisi S satuan adalah 6 × s2 satuan luas

Volume kubus = s x s x s = s^3

Contoh

1. Hitung luas permukaan kubus jika luas salah satu sisinya 12 cm^2

   Pembahasan

   Diketahui

   s^2 =12 cm^2

   Ditanyakan

   L = ...?

   L= 6 × s^2

   Luas = 6× 12

   = 72 cm^2

2. Luas permukaan kubus adalah 600 cm^2. Hitung panjang rusuk kubus tersebut… ?

   Pembahasan

   Diketahui :

   L = 600 cm2

   Ditanyakan

   Panjang rusuk kubus = ...

   L= 6× s2

   600 = 6× s2

   s2 =100

   s =10 cm

   Jadi panjang rusuk kubus tersebut adalah 10 cm

Volume Kubus

Pada hakekatnya sebuah kubus adalah sebuah balok yang semua rusuknya sama panjang atau $p = l = t$, sehingga rumus volume kubus dapat diturunkan dari rumus volume balok. Jika s menyatakan panjang rusuk kubus, maka didapat

$V = s \times s \times s$

$V = s^3$

Contoh

1. Sebuah wadah berbentuk kubus dengan panjang rusuknya 20 cm.

   Tentukan banyak cairan (dalam liter) yang dapat dimuat wadah tersebut.

   Penyelesaian

   Diketahui

   Panjang rusuk wadah = 20 cm

   Ditanyakan

   V = ...

   Volume = $(20 \times 20 \times 20)\ cm^3 = 8000\ cm^3$

   $1.000\ cm^3 = 1$ liter

   Jadi volume wadah = 8 liter

2. Sebuah peti berbentuk kubus dengan panjang rusuk 70 cm. Peti tersebut akan di isi

pasir sampai penuh. Berapa volume peti tersebut?

Pembahasan

Diketahui

Panjang rusuk peti (s) = 70 cm

Ditanyakan

V = ...

$V = s^3$

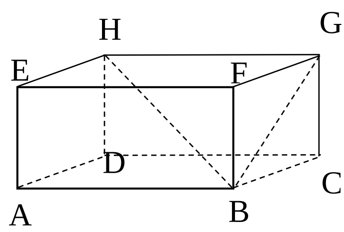
$= 70\ 3$

$= 343.000\ cm^3$

Jadi volume peti tersebut adalah $343.000\ cm^3$

2. Balok

Balok adalah suatu bangun ruang yang dibatasi oleh 6 persegi panjang atau memiliki 6 buah bidang sisi , di mana setiap sisi persegi panjang berimpit dengan tepat satu sisi persegi panjang yang lain dan persegi panjang yang berhadapan adalah kongruen.



Unsur-unsur balok

1. Titik Sudut

   Titik sudut pada kubus adalah titik temu atau titik potong ketiga rusuk (titik pojok kubus).Pada kubus ABCD.EFGH ada 8 buah titik sudut yaitu :A,B,C,D,E,F,G,H,

2. Rusuk balok

   Rusuk balok merupakan garis potong antara sisi-sisi kubus. Penulisan atau penamaan rusuk menggunakan notasi dua huruf kapital Pada balok ABCD.EFGH ada 4 rusuk yang sejajar sama panjang yaitu :

   Rusuk : AB=CD=EF=GH

   Rusuk Tegak : AE=BF=CG=DH

   Rusuk : AD=BC=EH=FG

3. Bidang / Sisi balok

   Bidang / sisi balok adalah :

   a) Sisi alas = ABCD = Sisi atas = EFGH
   b) Sisi depan = ABFE = Sisi belakang = CDHG
   c) Sisi kiri = ADHE = Sisi kanan = BCGF
   d) Diagonal Sisi / Bidang

Diagonal sisi / bidang adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut berhadapan pada sebuah sisi balok.

- AH=BG=CF=DE
- AF=BE=CH=DG
- AC=BD=EG=FH

4. Diagonal Ruang

   Diagonal ruang sebuah balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut berhadapan dalam kubus. Diagonal ruang kubus berpotongan di tengah-tengah balok. Panjang diagonal ruang AG = BH = CE = DF. Ada 4 buah diagonal ruang pada sebuah balok dengan panjang sama.

5. Bidang Diagonal

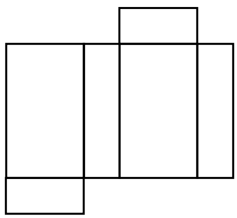
   Bidang diagonal balok adalah bidang yang memuat dua rusuk berhadapan dalam suatu kubus balok. Bidang diagonal balok berbentuk persegi panjang. Ada 6 buah bidang diagonal, yaitu :

   - AFDG=BECH
   - ACEG=BDFH
   - AHBG=CFDE

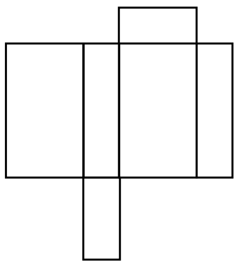
Jaring-jaring Balok

Pada dasarnya jaring-jaring kubus dan balok tidak berbeda yang membuat perbedaan antara jaring-jaring kubus dan balok adalah ukurannya.

Contoh



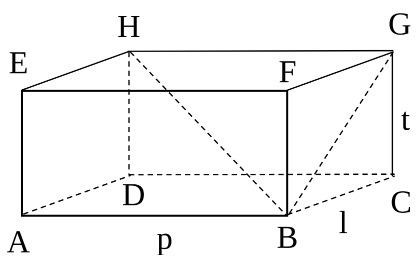
1



2

Luas Permukaan Balok

Perhatikan gambar di bawah ini



Diketahui bahwa pada sebuah balok ada dua bidang sisi berbentuk persegi panjang yang berhadapan kongruen sehingga untuk menentukan luas permukaan balok dengan rumus sebagai berikut:

Luas permukaan balok = 2pl + 2pt + 2lt

Contoh

1. Sebuah tukang kayu akan membuat lemari berbentuk balok dengan ukuran panjang 120 cm, lebar 40 cm dan tinggi 180 cm. Tentukan luas permukaan lemari yang dibuat oleh tukang kayu tersebut.

   Pembahasan

   Diketahui

   p = 120 cm, l = 40 cm dan t = 180 cm

   Ditanyakan

   Luas permukaan lemari = ...cm^2

   L = 2pl + 2pt + 2lt

   L = 2 x 120 x 40 + 2 x 120 x 180 + 2 x 40 x 180

   = 9.600 + 43.200 + 14.400

   = 67.200 cm^2

   Jadi luas permukaan lemari adalah 67.200 cm^2 (6,72 m^2)

2. Seorang anak akan membuat sangkar burung berbentuk balok menggunakan kawat kasa dengan ukuran panjang 30 cm, lebar 25 cm dan tinggi 50 cm. Berapa luas kawat kasa

yang dubutuhkan untuk membuat sangkar burung tersebut?

Pembahasan

Diketahui

p = 30 cm, l = 25 cm dan tinggi = 50 cm

Ditanyakan

Luas kawat kasa = ...

L = 2pl + 2pt + 2lt

L = 2 x 30 x 25 + 2 x 30 x 50 + 2 x 25 x 50

= 1.500 + 3.000 + 2.500

= 7000 cm^2

Jadi luas permukaan lemari adalah 7.000 cm^2

Volume Balok

Secara umum volume bangun ruang adalah luas alas dikalikan tinggi, karena alas balok berbentuk persegi panjang maka volume balok adalah luas persegi panjang dikalikan tinggi balok.

V = p x l x t

Contoh

1. Diketahui sebuah penampungan air tempat berwudu disebuah masjid dengan ukuran panjang 2 meter, lebar 1 meter dan tinggi 1,5

meter. Jika bak penampungan air akan diisi penuh tentukan volume bak tersebut dalam liter.

Pembahasan

Diketahui

p = 2 m, l = 1 m dan t = 1,5 m

1 m3 = 1000 liter

Ditanyakan

V = ...liter

V = p x l x t

= 2 x 1 x 1,5

= 3 m3

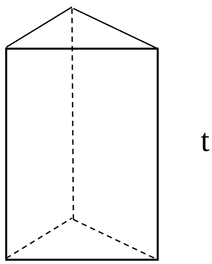
Karena 1 m^3 = 1000 liter, jadi volume bak penampungan air tersebut adalah 3 x 1000 = 3000 liter

3. Prisma

Prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua buah bidang sisi yang sejajar (bidang alas dan bidang atas) dan oleh bidang-bidang lain (sisi tegak) yang saling berpotongan menurut rusuk-rusuk sejajar .

Menurut keadaan rusuk tegaknya, prisma dibedakan menjadi prisma tegak dan prisma condong.

Prisma tegak adalah prisma yang rusuknya tegak lurus pada bidang alas . Sedangkan prisma condong adalah prisma yang rusuknya tidak tegak lurus pada bidang alas. Prisma segi–n mempunyai (n + 2) bidang dan (n^2 - 3n) diagonal ruang. Prisma yang alasnya berbentuk jajar genjang disebut paralel epipedum.



Sifat-sifat Prisma

- Bidang alas dan bidang atas saling sejajar dan kongruen
- Rusuk-rusuk tegak saling sejajar dan sama panjang
- Pada prisma tegak, semua sisi tegak dan bidang diagonal berbentuk persegi panjang.

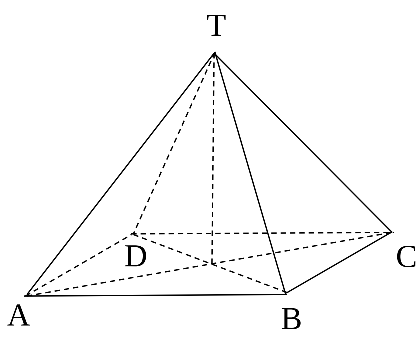
- Pada prisma miring, sisi tegak dan bidang diagonal berbentuk jajar genjang atau persegi panjang.

Unsur-unsur pada prisma

- Banyak titik sudut ada 6, yaitu titik A,B,C,D,E, dan F.
- Banyak sisi ada 5, yaitu ABC, DEF, ABED, BCEF dan ACFD.
- Banyak rusuk ada 9, yaitu AB, BC, AC, DE, EF, DF, AD, BE, dan CF

4. Limas

Masing-masing sisi tegak bertemu pada satu titik ,yang disebut titik puncak limas.



Unsur-unsur Limas

Ada beberapa unsur yang membentuk limas diantaranya adalah:

- Segi-empat ABCD merupakan bidang alas limas
- Titik T diluar bidang alas merupakan puncak limas
- Rusuk-rusuk AB,CD,BC dan AD yang berada pada bidang alas disebut rusuk alas limas .
- Rusuk-rusuk selain rusuk alas disebut rusuk tegak limas .
- Segitiga–segitiga yang masing-masing memuat satu rusuk alas dan titik puncak disebut bidang-bidang sisi tegak limas
- Jarak dari titik puncak kebidang alas merupaka tinggi limas
- Garis tinggi pada tiap-tiap bidang sisi tegak disebut dengan apotema

Limas beraturan adalah limas yang bidang alasnya merupakan segi–n beraturan dan proyeksi puncak pada bidang alas, berimpit dengan pusat bidang alas .

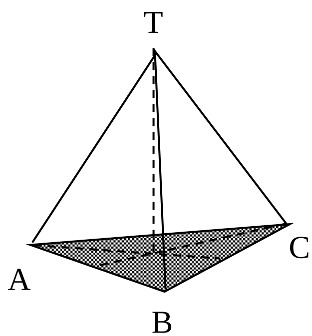
Penamaan limas di sesuaikan dengan banyaknya rusuk bidang alas .Bila alasnya berbentuk segi tiga maka dinamakan limas segi tiga atau limas sisi tiga .Bila alasnya berbentuk segi empat maka dinamakan limas segi empat atau limas sisi empat, dan seterusnya.

Ciri-ciri suatu limas

- Bidang atas berupa sebuah titik (lancip).
- Bidang bawah berupa bangun datar.
- Bidang sisi tegak berupa segitiga.

Jenis-jenis limas

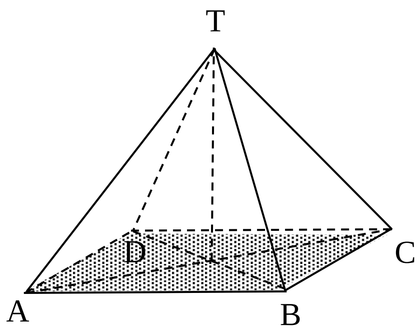
Limas Segitiga T.ABC



Pada gambar di atas menunjukkan limas segitiga yang mempunyai :

- Titik sudut : A, B, C dan T
- Bidang sisi : ABC, ABT, BCT dan ACT
- Rusuk : AB, BC, CA, AT, BT dan CT

Limas Segiempat T.ABCD



Pada gambar di samping menunjukkan limas segiempat yang mempunyai :

- 5 titik sudut : A, B, C, D dan T
- 5 bidang sisi : 1 sisi alas yaitu ABCD dan 4 sisi tegak yaitu TAB, TBC, TCD dan TAD
- 8 rusuk : 4 rusuk alas yaitu AB, BC, CD dan DA dan 4 rusuk tegak yaitu AT, BT, CT d

Luas permukaan sisi dari limas adalah luas permukaan keseluruhan limas dikurangi luas permukaan dari bagian limas .ini memberikan luas permukaan lateral sisi yang terpancung .Jika luas permukaan total dari limas terpancung ditanyakan ,maka luas permukaan dari kedua ujung-ujung yang terpancung perlu ditambahkan .

Bidang empat adalah limas yang alasnya berupa segitiga .

Beberapa definisi bidang empat sebagai berikut:

- Bidang empat adalah Bidang empat yang keempat bidang batasnya kongruen.
- Bidang empat tegak adalah bidang empat yang salah satu rusuknya tegak lurus pada bidang alas .
- Bidang empat siku-siku adalah bidang empat yang mempunyai tiga rusuk bertemu pada satu titik sudut saling tegak lurus .
- Bidang empat sembarang adalah bidang empat yang tidak termasuk salah satu di atas Jika sebuah limas yang tingginya sama dengan panjang rusuk kubus diisi zat cair atau pasir maka ada hubungan yaitu

Volume kubus = 3 x volume limas

= 1/3 x volume kubus

= 1/3 x s x s x s

= 1/3 x luas alas x tinggi

BAGIAN 11
BARISAN BILANGAN DAN DERET

A. BARISAN

Berbicara matematika tidak akan pernah luput dari kehidupan sehari-hari. Karena hampir dalam setiap aktivitas kita baik yang disasari mauun yang atidak disadari kita pasti menggunakan matematika. Oleh karena itu matematika adalah pelajaran yang sangat penting yang harus dikuasai oleh setiap orang.

Cabang matemtaika yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari adalah Aljabar dimana dalam sub pokok bahasan aljabar tersebut terdapat materi tentang barisan bilangan dan deret.

Disekolah sering kita diminta untuk berbaris kemudian diminta untuk berhitung dari urutan barisan tersebut, dipinggir jalan sering kita lihat adanya nomor rumah dan banyak sekali yang kita jumpai yag terkait dengan barisan dan deret bilangan tersebut.

Adapun dalam mmatematika contoh dari barisan sebagai berikut:

1. 1, 3, 5, 7, ...
2. 500, 400, 320, 256, ...
3. 1, 2, 6, 24, 120, ...

4. 2, 5, 10, 17, ...
5. 1,4 ,7 ...

Barisan-barisan semacam itu seringkali muncul dalam kehidupan sehari-hari. Barisan semacam ini sering pula muncul dalam permasalahan matematika.

Barisan adalah himpunan bilangan-bilangan, disebut suku (term) yang disusun dalam urutan tertentu: artinya terdapat suatu aturan yang digunakan untuk menentukan suku-suku sesudah suku pertama. Barisan itu bisa berhigga atau tak berhingga.

Contoh:

1. Barisan: 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27,

   Barisan di atas terdiri dari 7 suku

   Jika ingin mencari suku berikutnya maka suku sebelumnya ditambahkan dengan 4
2. Barisan: 3, 6, 12, 24, 48, 96,

   Barisan di atas terdiri dari 6 suku

   Jika ingin mencari suku berikutnya maka suku sebelumnya dikalikan dengan 2.

1. Barisan bilangan

   Barisan adalah penulisan bilangan dengan aturan tertentu, dengan aturan setiap bilangannya dibatasi dengan koma.

Contoh

1, 2, 3, 4, . . .adalah barisan bilangan asli

0, 1, 2, 3, 4, . .adalah barisan bilangan cacah

2. Istilah pada barisan bilangan

   Contoh

   Untuk barisan bilangan: 2, 4, 6, 8, . .

   a. Nama barisannya adalah barisan bilangan genap
   b. 2 disebut suku pertama (U_1) atau (a)
   c. 4 disebut suku kedua (U_2)
   d. 6 disebut suku ketiga, dan seterusnya….
   e. 2 + 4 disebut jumlah dua suku pertama
   f. 2 + 4 + 6 disebut jumlah tiga suku pertama,dan seterusnya
   g. Selisi antara suku kedua dengan pertama, suku ketiga dengan kedua dan seterusnya adalah 2 disebut dengan beda (b)
   h. Suku selanjutnya disebut n

   Dengan demikina dapat dibuat pola dari barisan tersebut adalah 2n (n = 1, 2, 3, . ..)

3. Barisan aritmatika

Sekarang marilah kita perhatikan kembali beberapa contoh barisan bilangan berikut ini.

Contoh

a. 1, 3, 5, 7, …
b. 2, 6, 10, 14, …
c. 100, 90, 80, 70, …

Jika kita perhatikan contoh (a), suku yang pertamanya U_1 = a = 1, suku yang kedua u_2 diperoleh dengan menambahkan 2 kepada U_1, suku yang ketiga U_3 diperoleh dengan menambahkan 2 kepada U_2, demikian seterusnya. Jadi selisih dari tiap suku yang berurutan dari barisan ini adalah tetap, yaitu sebesar 2. Barisan seperti ini dinamakan barisan aritmetika dan selisih yang tetap dari barisan itu disebut beda (b). Contoh-contoh (a), (b), dan (c) dari contoh di atas adalah contoh-contoh dari barisan aritmatika. U_1, U_2, U_3, ..., Un ialah barisan aritmetika , jika berlaku U_2 – U_1, = U_3, ..., U_2 = ... = U_n – U_n – 1 = konstanta. Konstanta ini disebut beda, dan besarnya dinyatakan dengan b.

a. 1, 3, 5, 7, … bedanya ialah 3 – 1 = 5 – 3 = … = 2
b. 2, 6, 10, 14, … bedanya ialah 6 – 2 = 10 – 6 = 14 – 10 = 4

c. 100, 90, 80, 70, … bedanya ialah 90 – 100 = 80 – 90 = … = - 10

Jadi, dari sajian di atas dapat dikatakan, bahwa suatu barisan dinamakan barisan aritmetika jika dan hanya jika selisih dua suku yang berurutan tetap.

Sekarang kita akan mencari rumus umum suku ke-n dari barisan aritmetika, yaitu sbb:

Jika suku pertama barisan aritmetika u_1 dinamakan a, maka didapat:

$U_1 = a$

$U_2 - U_1 = b$

$U_2 = U_1 + b = a + b$

$U_3 – U_2 = b$ $U_3 = U_2 + b = (a + b) + b = a + 2b$

$U_4 – U_3 = b$ $U_4 = U_3 + b = (a + 2b) + b = a + 3b$ dan seterusnya, sehingga didapat barisan aritmetika dalam bentuk: a , a + b , a + 2b , a + 3b , …, a (n – 1)b

Dari sini kita dapatkan bentuk umum rumus suku ke-n barisan aritmetika, yaitu:

$U_n = a + (n – 1)b$

Contoh:

1. Diketahui barisan: 3, 7, 11, ….Tentukan:
   a) Suku pertamanya,
   b) Bedanya,
   c) Rumus barisannya,

d) Tiga suku berikutnya,

Penyelesaian

a. Suku pertamanya (a) = 3

b. Bedanya (b) = 7 – 3 = 4

c. U_n = a + (n – 1)b

= 3 + (n – 1)4

= 3 + 4n – 4

= 4n – 1

d. U_4 = 4(4) – 1

= 15

U_5 = 4(5) – 1

= 19

U_6 = 4(6) – 1

= 23

Jadi, suku berikutnya adalah 15, 19, 23,

2. Carilah suku ke-100 dari barisan aritmetika 2, 5, 8, 11, …

Penyelesaian

Diketahui

a = 2, b = 3 dan n = 99

Ditanyakan Un = ...

Un = a + (n – 1)b

Un = 2 + (99 – 1)3

= 2 + (98 x 3) = 294

3. Diketahui barisan aritmetika 1, 3, 5, 7, …. Un = 225.

   Tentukan banyaknya suku (n).

   Penyelesaian

   Diketahui

   a = 1, b = 2, Un = 220

   Ditanyakan Un = ...

   Un = a (n – 1)b

   220 = 1 + (n – 1)2 = 1 + 2n - 2

   220 = 2n

   n = 110

   Jadi banyaknya suku ada 113.

4. Yahya berhasil lulus ujian saringan masuk Universitas Hamzanwadi. Sebagai mahasiswa, mulai 1 September 2017 ia menerima uang saku dari orang tuanya sebesar Rp. 500.000,00 untuk tiga bulan. Uang saku ini diberikan setiap tiga bulan pertama. Untuk setiap tiga bulan berikutnya uang saku yang diterimanya dinaikkan sebesar Rp. 25.000. Berapa besar uang saku yang akan diterima Yahya pada awal tahun 2019?

   Penyelesaian

   Diketahui

Tiga bulan ke-1: U_1 = a = Rp. 500.000,00

Tiga bulan ke-2: U_2 = a + b = Rp. 525.000,00, dst

Jadi b = 25.000.

Ditanyakan U_{12} = ...

Pada awal tahun 2019 telah dipakai kuliah selama 3 tahun atau tiga bulan ke 12, berarti:

$U_{12} = a + (12 – 1)b = 500.000 + (11 \times 25.000) = 775.000$

Jadi besarnya uang yang akan diterima Yahya pada awal tahun 2019 adalah Rp. 775.000,00.

4. Barisan Geometri

Sebuah barisan disebut barisan geometri, jika hasil bagi dua suku yang berurutan niainya tetap, atau dengan kata lain barisan geometri adalah suatu barisan yang suku selanjutnya diperoleh dengan mengalikan suatu bilangan tetap pada suku sebelumnya.

Sekarang marilah kita perhatikan beberapa barisan dalam contoh berikut ini.

Contoh

a. 1, 2, 4, 8, …
b. 27, -9, 3, -1, …
c. -1, 1, -1, 1, …

Untuk contoh (a) ternyata tiap suku-sukunya diperoleh dengan cara mengalikan suku sebelumnya oleh 2. Ternyata pula bahwa hasil bagi tiap suku dengan suku 10 sebelumnya selalu tetap, yaitu sama dengan 2. Bagaimana dengan contoh (b) dan contoh (c)?

Barisan-barisan seperti contoh di atas disebut barisan geometri. U_1, U_2, U_3, …, U_n

Dinamakan barisan geometri, apabila = konstanta.

Konstanta ini dinamakan rasio, pembanding, nisbah atau pembagi dan dinyatakan dengan huruf r atau p.

Hasi bagi yang tetap ini disebut rasio dan disingkat dengan r. Bagaimanakah bentuk umum suku ke-n dari barisan geometri? Misal suku pertama dari barisan geometri, yaitu U_1 dinyatakan dengan a, maka kita dapatkan:

$\frac{U_2}{U_1} = r \leftrightarrow U_2 = r\ U_1 = ar$

$\frac{U_3}{U_2} = a \leftrightarrow U_3 = r\ U_2 = ar.r = ar^2$

dan seterusnya sehingga didapat barisan geometri dalam bentuk baku (standar), yaitu: a, ar, ar^2, ar^3, …, ar^{n-1}.

Perhatikan bahwa urutan ke-n merupakan bentuk umum rumus suku ke-n barisan geometri, yaitu

a, ar, ar^2, ar^3, ...ar^{n-1}

Sehingga didapatkan

$Un = ar^{n-1}$.

Contoh

1. Diketahui barisan: 1, 2, 4, ……Tentukan:
   a. Suku pertamanya
   b. Rasionya
   c. Rumus barisannya
   d. Tiga suku berikutnya

   Penyelesaian

   a. Suku pertamanya (a) = 1
   b. Rasio (r) = 2 : 1 = 4 : 2 = 2
   c. $U_n = a \cdot r^{n-1}$

      $= 1 \cdot 2^{n-1}$

      $= 2^{n-1}$
   d. $U_4 = 2^{4-1} = 2^3 = 8$

      $U_5 = 2^{5-1}$

      $= 2^4 = 16$

      $U_6 = 2^{6-1}$

      $= 2^5 = 32$

      Jadi, tiga suku berikutnya adalah 8, 16, 32.

2. Diketahui barisan geometri dengan $U_1 = 64$ dan $U_4 = 1$.

   Carilah rasio dari barisan tersebut.

Penyelesaian

Diketahui

$a = U_1 = 64$, $U_4 = 1$ dan $un = ar^{n-1}$

Ditanyakan

Rasio = ...

$u_4 = 64\ r^3$

$1 = 64\ r^3$

$r^3 = 1/64$

Jadi, $r = ¼$

B. DERET

Kita kadang-kadang tidak menyadari bahwa persoalan-persoalan yang kita jumpai dlam kehidupan sehari-hari berkaitan dengan matematika, yang salah satunya terkait dengan deret. Misalnya seorang tukang batu akan membuat tangga menggunakan susunan bata merah, bata merah yang digunakan untuk membuat satu tangga adalah 40 buah bata merah, jika tukang batu tersebut akan membuat 10 anak tangga berapa buah bata merah yang dibutuhkan. Masalah-masalah seperti ini sering kita jumpai dalam kehiudupan sehari-hari.

1. Deret Aritmatika

Deret aritmatika adalah jumlah suku–suku barisan aritmatika.

Bentuk umum deret aritmatika:

a + (a + b) + (a +2b) + (a + 3b) + …. + {a + (n – 1) b}

Rumus jumlah n suku pertama deret arimatika adalah:

$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ atau $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$

Contoh

1. Tentukan jumlah 10 suku pertama dari barisan 2, 6, 10, 14, …

   Penyelesaian

   Diketahui:

   a = 2, b = 4, n = 10

   Sn $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)b\}$

   Ditanyakan:

   Jumlah suku ke 10

   S10 $= \frac{10}{2}\{2 \times 2 + (10 - 1)4\}$

   S10 = 5 (4 + (9 × 4))

   S10 = 5 (4 + 36)

   S10 = 5 (40)

   S10 = 200

Jadi, jumlah 10 suku pertama dari barisan tersebut adalah 200.

2. Hitunglah jumlah deret arimatika 2, 6, 10, 14, ….sampai 50 suku

Penyelesaian

a = 2, b = 2, n = 50

S_n $= \frac{1}{2} \mathrm{n}\,(2\mathrm{a} + (\mathrm{n} - 1)\mathrm{b})$

$= \frac{50}{2}\ (2(2) + (50 - 1)(2)$

= 2550

2. Deret Geometri

Deret geometri pada dasarnya tidak jauhberbeda dengan konsep deret aritmetika, deret geometri juga penjumlahan bilangan-bilangan berurutan yang memiliki pola geometri.

Secara matemais dapat dikatakan bahwa deret geometri adalah barisan jumlah *n* suku pertama barisan geometri.

Dengan bentuk umum:

$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + ...+ U_n$ atau

$S_n = a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1}$

Jika suatu deret geometri suku pertama adalah $U_1 = a$ dan rasio = r maka jumlah n suku pertamnya adalah

a. $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ untuk $r < 1$

b. $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ untuk $r > 1$

c. S_n = na untuk r = 1

Contoh

1. Tentukan jumlah 7 suku pertama dari deret geometri berikut ini!

   $4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + ...$

   Penyelesaian

   Diketahui

   a = 4, r = $\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \frac{1}{4}$

   Ditanyakan

   S_7 = ...

   Karena r < 1 maka

   $$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ untuk } r<1$$

   $$S_7 = \frac{4\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^7\right)}{1-\frac{1}{4}}$$

   $$S_7 = \frac{4\left(1-\left(\frac{1}{16384}\right)\right)}{\frac{3}{4}}$$

$$S_7 = \frac{4\left(\frac{16383}{16384}\right)}{\frac{3}{4}}$$

$$S_7 = \frac{\frac{65532}{16384}}{\frac{3}{4}}$$

$$S_7 = \frac{65532}{16384} x \frac{4}{3} = \frac{262128}{49152} = 5{,}333$$

2. Tentukan jumlah 10 suku pertama dari deret geometri berikut ini!

   2 + 4 + 8 + ...

   Penyelesaian

   Diketahui

   a = 2, r = $\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = 2$

   Ditanyakan

   S_{10} = ...

   Karena r > 1 maka

   $$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \text{ untuk } r>1$$

   $$S_{10} = \frac{2(2^{10}-1)}{2-1}$$

   $$S_{10} = \frac{2(1024-1)}{2-1}$$

$$S_{10} = \frac{2046}{1} = 2046$$

Latihan

Selesaikan soal dibawah ini dengan benar.

1. Seorang ayah memberi uang saku harian nyang berbeda-besa kepada kelima anaknya. Uang saku seorang adik Rp. 1000,00 kurangnya dari uang saku diterima kakak tepat diatasnya. Jika setiap hari ayah mengeluarkan uang sebesar Rp. 17.500,00 untuk semua anaknya, berapakah uang saku harian anak yang ke-4?
2. Diketahui barisan bilangan asli kurang dari 125. Tentukan banyaknya bilangan yang:
    1. Habis dibagi 2
    2. Habis dibagi 5
    3. Habis dibagi 2 tetapi tidak habis dibagi 5
3. Diketahui barisan aritmetika, 64, 61, 58, 55, ...
    a. Suku keberapakah yang bernilai 26?
    b. Tentukan suku negatifnya yang pertama.
4. Hitunglah jumlah semua bilangan asli
    a. Antara 1 dan 200 yang habis dibagi 4
    b. Antara 1 dan 200 yang habis dibagi 4 tetapi tidak habis dibagi 5

5. Dari suatu barisan geomerti diketahui $U_1 + U_6 = 244$ dan $U_3 \times U_4 = 243$. Tentukan rasio dan U_2
6. Jumlah n suku pertama suatu deret geometri ditentukan dengan rumus:

   $S_n = 8 - 2^{3-n}$. Tentukan

   a. Suku pertama dan rasio deret tersebut
   b. Jumlah lima suku yang pertama

DAFTAR PUSTAKA

Adinawan, M. Cholik dan Sugijono. 2017. *Matematika SMP/MTs Jilid 1 Kelas VII*. Jakarta: Erlangga.

Khairunnisa, Afidah. 2014. Matematika Dasar. Jakarta: PT RajaGravindo Persada.

Kemdikbud. 2014. Matematika SMP/MTS Kelas VIII Semester 1. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

As'ari, A.R., dkk. 2017. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII. Buku Sekolah Elektronik (BSE). Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Nuharini, Dewi dan Wahyuni, Tri. 2008. Matematika Konsep dan Aplikasinya untuk SMP/MTs Kelas VII. Jakarta:Pusat Perbukuan

Abdurrahman As'ari,dkk. 2017. Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1. Edisi Revisi Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2013. Buku Guru Matematika SMP/MTS Kelas VII. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2013. Buku Guru Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas X. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2014. Buku Guru Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Saepudin, Aep dkk. 2009. Matematika untuk SD/MI Kelas V. Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional

Fauzi. L. M, Gazali, M. dan Jatmiko (2021). *Matematika Dasar*. Mataram. Sanabil

TENTANG PENULIS

Juniar Hisbullah, lahir di Kalijaga, 23 Juni 1981. Alamat Dusun Lauq Peken Desa Kalijaga RT.01, Kel. Kalijaga, Kec. Aikmel Kab. Lombok Timur, Prov. Nusa Tenggara Barat 83653. Menempuh pendidikan formal pertama kali di MI NW Kalijaga (Tahun 1987-1993), MTs Zainul Ishlah (1993-1996), MA Al-Aziziyah Gunung Sari (1996-1999), STAIN Mataram (1999-2004). Saat ini menjadi tenaga pendidik di MTs NW Kalijaga, namun sebelumnya pernah mengajar di SMP N Aikmel (Tahun 2005-2008), Pada PKBM Tarbiyatul Ummah (2007 – 2011), Pada MTs Dan MA Ihya Ulumuddin (2008-2010). Saat ini sedang menempun pendidikan pada Pasca Sarjana Universitas Hamzanwadi, program Studi Pendidikan Dasar Konsentrasi Pendidikan Matematika.

Masitah,S.Pd Lahir di Aik Anyar , desa Sukamulia Kecamatan Sukamulia Kab. Lombok Timur,31 Desember 1970. Menyelesaikan Pendidikan SD tahun 1983 di SDN.Aik Anyar,SMP tahun 1996 di SMPN.Sukamuluia,SPG tahun 1989 di SPGN.Selong.Pada tahun 1992 terangkat menjadi ASN,Guru Sekolah Dasar sampai saat ini.Pada tahun 2000

selesai mengikuti Program Penyetaraan D2 PGSD di UPBJJ UT Mataram.Pada tahun 2008 selesai mengikuti Program Penyetaraan S1 PGSD di UPBJJ UT Mataram.Saat ini aktif menjadi pimpinan pada Sekolah

Penggerak Angkatan 2 di SD Negeri 3 Dasan Lekong Kecamatan Sukamulia Kab.Lombok Timur. Saat ini sedang menaljutkan studi di Pasca Sarjana Universitas Hamzanwadi, program Studi Pendidikan Dasar Konsentrasi Pendidikan Matematika

Suherman, S.Pd. tinggal di Jln. Bung Karno no. 28 Pujut lombok Tengah. Pendidikan S1 Jurusan MIPA Prodi Matematika IKIP Universitas Negeri Singaraja Bali (Undiksha Singaraja). Mengajar di SMKN 1 Pujut mulai tahun 2010 sampai saat ini, namun pernah menjadi tenaga pendidik di SMPN 5 Pujut mulai tahun 2001 sampai dengan 2010.
Saat ini sedang menaljutkan studi di Pasca Sarjana Universitas Hamzanwadi, program Studi Pendidikan Dasar Konsentrasi Pendidikan Matematika

Muhammad Ainul Yusri, S. Pd. tinggal di Jln. HOS Cokroaminoto No. 1 Tanjung Lombok Timur. Pendidikan S1 Prodi Matematika STKIP Hamzanwadi Selong pada tahun 2000. Mengajar di SMPN 1 Labuhan Haji mulai tahun 2011 sampai saat ini, namun pernah menjadi tenaga pendidik di SMPN 1 Masbagik mulai tahun 2007 sampai dengan 2007, SMPN 2 Suralaga dari tahun 2007 sampai dengan 2011.
Saat ini sedang menaljutkan studi di Pasca Sarjana Universitas Hamzanwadi, program Studi Pendidikan Dasar Konsentrasi Pendidikan Matematika

Muslimin S.Pd. Lahir di Rumbuk, 31 Desember 1968. Pendidikan S1 Prodi Matematika STKIP Hamzanwadi Selong. Saat ini menjadi pengawas sekolah mulai tahun 2019 sampai dengan saat ini, dan sebelumnya pernah menjadi tenaga pendidik di MTsN 1 Lombok Timur mulai tahun 1993 sampai dengan 2008, MAN 1 Lombok Timur dari tahun 2008 sampai dengan 2019.
Saat ini sedang menaljutkan studi di Pasca Sarjana Universitas Hamzanwadi, program Studi Pendidikan Dasar Konsentrasi Pendidikan Matematika

Muktasim, S. Pd. Tinggal di Jln. TGH.Muhammad Soleh Kalijaga Kecamatan Aikmel Lombok Timur. Pendidikan S1 Prodi PGSD STKIP Hamzanwadi Selong Saat ini mengajar di SDN 2 Kalijaga Selatan mulai tahun 2006 sampai dengan saat ini. Saat ini sedang menaljutkan studi di Pasca Sarjana Universitas Hamzanwadi, program Studi Pendidikan Dasar Konsentrasi Pendidikan Matematika